



Výfučení: Coulombův zákon

Zkoušeli jste někdy nafouknout dva balónky, pořádně je třít o svetr a pak je přiblížit k sobě? Najednou odskočí každý jinam, i když mezi nimi nic není. Žádné provázky, žádný vítr – jen neviditelná síla, která působí na nabitě objekty.

Možná jste si při tom řekli: „Co se to děje?“ A právě o této neviditelné síle bude řeč v tomto Výfučení.

Francouzský fyzik Charles Augustin de Coulomb si kdysi položil úplně stejnou otázku. Jenže místo balónků měl k dispozici torzní váhy – jemný přístroj, který dokázal měřit i ty nejmenší síly. Pomocí nich zkoumal, jak se malé nabitě kuličky odpuzují a přitahují a po nekonečných pokusech, trpělivém ladění a nutné dávce fyzikálního nadšení přišel na něco zásadního. Objevil jeden z nejdůležitějších zákonů celé fyziky – ten, který byl podle něj později i pojmenován – Coulombův zákon.

Coulombův zákon popisuje, jak na sebe působí elektrické náboje. Zní to možná jednoduše, ale tento zákon je důležitý pro popis jevů a věcí, se kterými se běžně setkáváme – například blesků, atomů nebo třeba výfučího webu.

Díky Coulombovi dnes víme, proč se vlasy po sundání čepice odpuzují nebo proč elektrony zůstávají vázány k jádrům atomů. Všechno z toho je možné kvůli jedné vlastnosti hmoty – elektrickému náboji.

Elektrický náboj

Každá částice hmoty má vlastnost, které říkáme elektrický náboj. Představte si ho jako malou „neviditelnou značku“, která určuje, jak částice elektricky interaguje s ostatními částicemi. Elektrický náboj může být dvou druhů – kladný nebo záporný. Kladný náboj mají například protony, v jádře atomu, zatímco záporný nesou elektrony, které kolem jádra „poletují“ jako malé planetky kolem Slunce.

Když je počet kladných a záporných nábojů v tělese vyrovnaný, říkáme, že má těleso neutrální náboj. To znamená, že na něj žádná elektrická síla navenek nepůsobí a v běžném životě si toho ani nevšimneme. Rovnováha se ale může porušit. Když například třete balónek o svetr, některé elektrony se přesunou z jednoho tělesa na druhé. Najednou jedno z těles získá nadbytek záporného a druhé přebytek kladného náboje, čímž začne přitahovat nebo odpuzovat různé věci kolem sebe. Tyto jevy známe i z každodenního života, třeba když si ve tmě svlékáte svetr a zazní lehký praskot nebo se zableskne – to je elektřina.

Základní pravidlo elektrických nábojů je jednoduché – stejné náboje se odpuzují a opačné se přitahují. Toto pravidlo platí nejen pro balónky, ale i pro celý vesmír. Bez elektrických sil by neexistovaly atomy, molekuly ani my.

K elektrickému náboji se hodí ještě zmínit, že se obvykle značí písmenem Q a má jednotku coulomb (C). V praxi existuje jeho nejmenší možné množství a tím je tzv. elementární náboj, značí se e , má hodnotu přibližně $1,602 \cdot 10^{-19}$ C a odpovídá velikosti náboje elektronu či protonu.¹

¹Ve skutečnosti se předpokládá, že ani elementární náboj není v přírodě nejmenší možný náboj. Konkrétně částice zvané u , c a t kvarky mají náboj pouhé $2e/3$ a d , s a b kvarky dokonce pouze $-e/3$. Tyto částice se ale nevyskytují v přírodě volně, ale pouze v takových kombinacích, jež dají dohromady celočíselný násobek elementárního náboje.

Elektrické pole a jeho intenzita

Nyní se ponoříme do interakce mezi dvěma náboji. Klíčové bude zavedení tzv. *elektrického pole*, díky kterému jsou náboje schopny ovlivňovat sebe navzájem.

Každé nabitě těleso kolem sebe vytváří elektrické pole. Lze si ho představit a znázornit například jako pole několika šipek (viz obrázek 1), kde hustota šipek určuje velikost pole a směr šipky směr působení síly na náboj, který je do pole vložen. Čím více je tedy v daném místě nahuštěno šipek, tím silnější elektrické pole v tomto místě je. Vložíme-li do pole nabitě těleso, začne na něj působit elektrická síla ve směru nebo proti směru šipky.² Principem akce a reakce však působí i vložené těleso na zdroj onoho elektrického pole a tím vzniká vzájemné působení – elektrická síla.

Vidíme tedy, že elektrické pole má jak určitou velikost, tak směr. Mělo by tedy být popsáno veličinou, která je *vektorová*. Touto veličinou je intenzita elektrického pole $\mathbf{E}$. Dále již víme, že toto pole nějak působí na elektricky nabitě objekty určitou silou. Tato síla závisí i na velikosti a polaritě náboje vloženého objektu.

Představme si experiment, v němž máme malinkaté těleso nabitě elementárním nábojem e . V elektrickém poli $\mathbf{E}$ na něj působí síla $\mathbf{F}_0$. Následně vložíme do pole další těleso – opět s nábojem e . Když ho posuneme do těsné blízkosti k původnímu tělesu, bude na něj působit opět stejná síla $\mathbf{F}_0$. Následně se rozhodneme obě tělesa spojit. Vytvoříme tak nové, větší těleso, o elektrickém náboji $2e$. A jaká na něj bude působit elektrická síla? Dvojnásobek $\mathbf{F}_0$. Rozhodneme-li se přidat třetí těleso o náboji e , elektrická síla bude trojnásobná. Obecně tedy na těleso o náboji $Q = ne$, kde $n \in \mathbb{N}$, bude působit výsledná elektrická síla $\mathbf{F}_{\text{el}} = n\mathbf{F}_0$. Vyjádříme-li počet částic pomocí celkového náboje tělesa

$$n = \frac{Q}{e}$$

a dosadíme-li jej do vzorce pro elektrickou sílu F_{el} , získáme

$$\mathbf{F}_{\text{el}} = Q \frac{\mathbf{F}_0}{e}.$$

Tento vztah nám říká, že elektrická síla $\mathbf{F}_{\text{el}}$ působící na nabitě těleso je přímo úměrná jeho náboji Q . Koeficient této úměrnosti $(\mathbf{F}_0/e)$ nazveme právě intenzitou elektrického pole $\mathbf{E}$ a dostaneme tak finální vztah

$$\mathbf{F}_{\text{el}} = Q\mathbf{E}.$$

Popřípadě, pokud jsou vám vektory zatím nesympatické, můžeme jednoduše psát stejný vzorec čistě ve velikostech.

$$F_{\text{el}} = QE \tag{1}$$

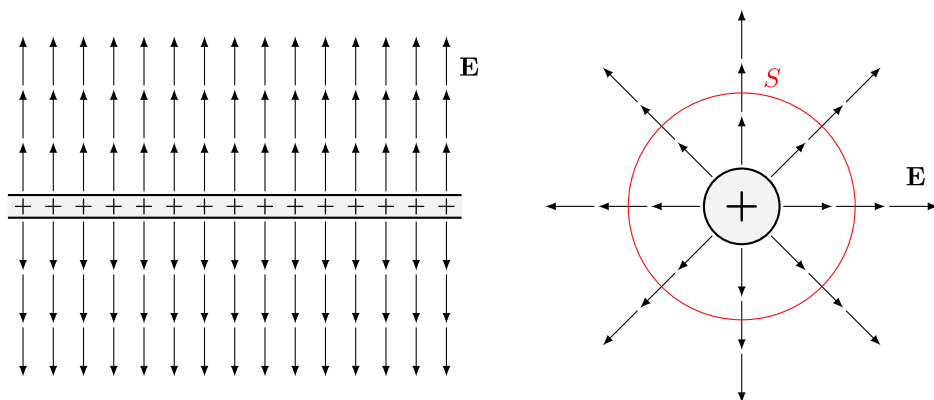
Nakonec si stačí jen uvědomit, že síla působí ve směru intenzity elektrického pole, je-li náboj Q kladný, a proti směru, je-li záporný. Je také třeba mít na paměti, že obecně vzorec (1) platí pouze pro těleso, jehož náboj je koncentrován v co nejmenším místě, nebo pro případ, v němž má elektrické pole všude uvnitř tělesa stejnou velikost i směr. Důvodem je, že ve vzorci vystupuje hodnota pole v místě, kde se nachází náboj Q , pokud se však se rozprostírá v široké oblasti, kde se pole mění, nemůžeme vědět, jakou hodnotu bychom měli použít. Z tohoto důvodu pro vzorec platí výše uvedená omezení.

²Tyto šipky tvoří tečny k tzv. siločárám.

Naším dalším úkolem bude rozklíčovat, jak vypadá elektrické pole pro různé případy. Jedním z důležitých ideálních zdrojů je nabitá nekonečná rovina, která vytváří tzv. *homogenní* elektrické pole – tedy pole, které má v každém bodě stejnou velikost a stejný směr. V praxi si ji můžete představit jako nějaký velký tenký kovový plát, který nabijeme určitým nábojem. Ten sice není nekonečný, ale pokud je dostatečně velký a my zkoumáme jeho pole jen v malé vzdálenosti od jeho povrchu, můžeme si dovolit problém takto zjednodušit.

Jak jsme zmínili, elektrické pole lze znázorňovat šipkami, jejichž směr ukazuje, kam elektrické pole míří, a jejich hustota udává, jak silné ono pole v daném místě je. Když se pokusíme zakreslit šipky elektrického pole kolem nabitě desky, zjistíme, že směřují kolmo na desku. Je to dáno tím, že celý zdroj vykazuje jisté symetrie. Můžeme totiž s rovinou libovolně rotovat kolem osy kolmé na ni a vzhledem k tomu, že je nekonečná, nemělo by se nic změnit. Dává smysl, že stejnou symetrii by mělo vykazovat i vytvořené pole. Proto nemohou být šipečky pole $\mathbf{E}$ vykloněné z kolmého směru, pak by se totiž otočením roviny změnil jejich směr a měnilo by se celé elektrické pole. Jelikož jsou ale všechny šipky kolmé na rovinu, jsou zároveň všechny rovnoběžné, a tudíž se v žádných místech nemohou sbíhat ani rozbíhat. To má za následek to, že je jejich hustota v každém místě stejná – nehledě na vzdálenost od desky. Vlivem toho je velikost elektrického pole konstantní.

Elektrické pole vytvářené nekonečně velkou nabitou rovinou tak má všude stejnou velikost i stejný směr. Přesně to jsou dvě definiční vlastnosti tzv. homogenního (stejnorodého) pole.



Obrázek 1: Nákres homogenního elektrického pole (vlevo) a radiálního (vpravo)

Dalším významným typem (nejen elektrického) pole je tzv. *radiální*. To je vytvářeno například kovovou koulí, která je v celém svém objemu rovnoměrně nabitá. Abychom našli správný tvar pole, zkusíme využít osové a středové souměrnosti koule. Získáme tak jediné možné pole takové, že šipky $\mathbf{E}$ jsou orientované kolmo na její povrch. S tím se ale nutně pojí i to, že se od sebe šipky směrem od koule rozbíhají a s rostoucí vzdáleností od koule tak klesá jejich hustota. Touto grafickou úvahou lze tedy odargumentovat, proč radiální pole s rostoucí vzdáleností od středu koule slábne.

Kromě kvalitativního popisu, že pole slábne, bychom ale chtěli i kvantitativně zjistit podle jaké závislosti. Proto se opět odvoláme na naše tvrzení, že velikost intenzity elektrického pole – označme ji E – je přímo úměrná hustotě šipek v daném místě, kde intenzitu měříme. Celý

náš problém hledání závislosti E na vzdálenosti upravíme na hledání závislosti hustoty šipek na vzdálenosti. Řekněme, že změříme počet šipek (třeba na obrázku 1) ve vzdálenosti 1 m od středu koule. Zjistili jsme, že na obrázku 1 protíná kulovou plochu o poloměru $r = 1$ m celkem 8 šipeček. Nás zajímá, jak moc jsou na sebe na této kulové ploše nahuštěné, a musíme proto počet šipek podělit celkovou plochou (podobně jako u klasické hustoty, která představuje nahuštění hmotnosti do nějakém objemu, kde dělíme hmotnost objemem). Z geometrie víme, že obsah kulové plochy S o poloměru r (též povrch koule o poloměru r) se spočte jako $S = 4\pi r^2$. Hustota počtu šipek je tedy

$$\frac{8 \text{ šipek}}{4\pi(1 \text{ m})^2} = \frac{2}{\pi} \text{ šipek} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Zkusme šipky elektrického pole protáhnout dál na vzdálenost $r = 2$ m a pozorovat, co se stane dál. Jejich počet je stále stejný, protože každou šipku, která vzniká ve středu koule, prochází vzdáleností $r = 1$ m a protáhneme ji tak i do $r = 2$ m. Žádné nové šipky nevznikají. Máme tedy stále 8 šipek, ale plocha se zvětší na čtyřnásobek. Jak to bude tedy s hustotou? Zkusme ji znázornit v tabulce, společně se vzdálenostmi 3 m, 4 m a 5 m.

vzdálenost r	počet šipek na m^2
1 m	$2/\pi$
2 m	$2/4\pi$
3 m	$2/9\pi$
4 m	$2/16\pi$
5 m	$2/25\pi$

Tabulka 1: Závislost hustoty počtu šipek na vzdálenosti od středové koule

Z této tabulky zřetelně vidíme závislost nahuštění šipek na vzdálenosti – je vždy nepřímo úměrná druhé mocnině r , tedy $E \propto r^{-2}$. To je dáno tím, že při jejím výpočtu dělíme členem $4\pi r^2$. Jestliže je tato hustota úměrná velikosti intenzity elektrického pole E , pak jediná možná závislost E na r je pro radiální pole

$$E(r) = \frac{\alpha}{r^2}, \quad (2)$$

kde α je nám zatím neznámý koeficient.

Coulombův zákon

Nyní, když jsme získali vztah pro intenzitu elektrického pole kolem bodového³ náboje (2), můžeme dále využít vzorec (1) pro sílu elektrické interakce. Dostaneme, že síla, kterou se na sebe dva bodové náboje o hodnotách Q_1 a Q_2 působí, je dána vztahem

$$F_{\text{el}} = Q_1 E(r) = \frac{\alpha Q_1}{r^2}.$$

Jak vidíme, síla F_{el} v sobě zatím obsahuje pouze závislost na náboji Q_1 . Jenže my jistě cítíme, že na vzájemné interakce dvou nábojů se podílejí oba náboje a musíme tedy přidat ještě závislost

³Bodový náboj je náboj, který je koncentrován pouze v jednom bodě. Například elementární částice jako elektron lze často považovat za bodové náboje vzhledem k jejich zanedbatelné velikosti.

i na druhém náboji Q_2 . Jak ale bude vypadat? Zamysleme se nad tím, že není důvod, aby příroda preferovala jeden z nábojů prostřednictvím jiné speciální závislosti. Oba náboje jsou si v jistém smyslu rovnocenné a příroda tak nemá možnost si vybrat svého oblíbence, kterému tuto význačnou závislost přidělí. Síla tak musí záviset na obou nábojích stejně, tedy přímo úměrně, jak jsme již zjistili výše.

Z toho důvodu se nám konstanta α rozpadne na součin nové neznámé konstanty, která už nebude záviset na žádném z nábojů, k , a náboje Q_2 .

$$F_{\text{el}} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (3)$$

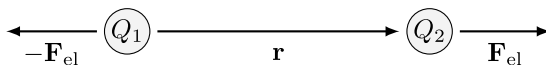
Dostali jsme tak jeden významný zákon, k němuž dospěl experimentální cestou i zmiňovaný francouzský fyzik Coulomb. Pokud vám přišla naše cesta k tomuto vztahu nejasná, jistě nezoufejte, jednalo se jen o takové „okoření“ tématu, které není součástí běžného výkladu a nutné k pochopení Coulombova zákona. Důležité je si odnést výsledný vztah (3). Nyní si ukážeme, jak to s tímto vztahem bylo historicky.

Charles Augustin de Coulomb zkoumal vzájemné působení dvou malých nabitých kuliček pomocí torzních vah. Ty mu umožnily měřit i velmi slabé síly a po mnoha pokusech a trpělivém ladění postupně odhalil jednoduchý, elegantní a překvapivě univerzální vztah, který dnes nazýváme Coulombovým zákonem. Coulomb zjistil, že elektrická síla mezi dvěma bodovými náboji závisí vždy na třech věcech: na velikosti obou nábojů Q_1 a Q_2 , na vzdálenosti mezi nimi r a na prostředí, ve kterém se náboje nacházejí (to je skryto v materiálové konstantě k). Získal podobně jako my rovnici (3).

Protože síla je vektorová veličina a má tedy nejen velikost, ale i směr, Coulombova síla se dá vyjádřit i ve vektorové podobě. Pro zájemce tak uvádíme i vektorový tvar

$$\mathbf{F}_{\text{el}} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r},$$

kde $\mathbf{r}$ je tzv. *polohový vektor* směřující od jednoho náboje k náboji druhému a $r = |\mathbf{r}|$ je jeho velikost. Síla $\mathbf{F}_{\text{el}}$ pak působí na náboj druhý, první je tažen silou opačnou. Tento zápis ukazuje, že Coulombova síla působí přesně ve směru spojnice obou nábojů a zároveň její velikost klesá se čtvercem vzdálenosti mezi nimi.



Obrázek 2: Nákres situace a veličin vystupujících v Coulombově zákoně

Konstanta k se nazývá Coulombova konstanta a její hodnota závisí na prostředí ve kterém se náboj nachází. Často je tímto termínem myšlena pouze hodnota k ve vakuu, která činí

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8,99 \cdot 10^9 \text{ m}^2 \cdot \text{N} \cdot \text{C}^{-2},$$

kde $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ je tzv. permitivita vakua. Ta popisuje, jak „ochotně“ dané prostředí umožňuje vznik elektrického pole. Konstanta k se dá nicméně chápat i v širším smyslu a rozšířit na obecná prostředí s obecnou permitivitou ϵ vztahem $k = 1/4\pi\epsilon$. Permitivita

prostředí se často ještě udává v násobcích ε_0 . Těmto násobkům se říká relativní permitivita prostředí ε_r a platí pro ně vztah

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}.$$

Pro relativní permitivitu vždy platí $\varepsilon_r \geq 1$. Dosazením do vztahů výše tak můžeme zjistit, že nějaké prostředí (jako například voda, plyn) může elektrickou sílu jen zeslabovat a nikdy zesilovat. Pro představu uvádíme relativní permitivitu⁴ některých prostředí v tabulce 2.

prostředí	ε_r
vakuum	1
vzduch	1,000 6
olivový olej	3
metanol	30
voda	78

Tabulka 2: relativní permitivity některých prostředí při 20 °C

Ještě se zamysleme nad rolí znamének nábojů ve vztahu (3). Polarita nábojů rozhoduje o směru působení síly. Pokud mají oba náboje stejné znaménko, síla je odpudivá, pokud mají znaménka opačná, síla je přitažlivá. To přesně odpovídá jednoduchému pravidlu, které už známe z balónků i vlasů: stejné náboje se odpuzují, opačné se přitahují.

Coulomb vs. Newton

Jako závěr tu máme jednu zajímavost pro zvědavé. Možná jste si mohli povšimnout jisté podobnosti mezi Coulombovým a Newtonovým gravitačním zákonem. Skutečně, tyto dva zákony sdílí stejnou strukturu.

$$F_{\text{el}} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (\text{Coulomb})$$

$$F_{\text{g}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (\text{Newton})$$

Z tohoto ohledu lze gravitaci chápat také jako modifikovanou elektrickou interakci ne mezi elektrickými náboji, ale mezi jakýmsi „hmotnostními náboji“. Každopádně když se podíváme na naše úvahy o přidávání náboje a rozptylování šipeček, které jsme prováděli ve druhé kapitole, není vůbec divu že jsou si tyto zákony tak podobné. Gravitační pole se chová podobně jako elektrické. Úplně stejné úvahy jsme mohli podnikat pro gravitační pole a dobrali bychom se k Newtonovu zákonu.

Jediný rozdíl tkví v tom, že „hmotnostní náboje“ (hmotnosti) o stejném znaménku se přitahují, zatímco elektrické náboje o stejném znaménku se odpuzují. Což vytváří zásadní rozdíl v celém vzhledu vesmíru. Hmota se může gravitačně k sobě nahušťovat jak jen chce, protože je všechna kladného znaménka. Mohou tak vznikat planety, hvězdy a dokonce černé díry. Elektrická síla má naopak tendenci odtlačovat souhlasné náboje od sebe a posílat je za opačnými, čímž je z pohledu z dálky neutralizuje a celý svět se tak jeví na větších škálách jako elektricky nenabitý.

⁴Zdroj: <https://matmake.com/properties/relative-permittivity-of-common-materials.html>.

Dalším rozdílem je, že běžně známá hmota má pouze jedno znaménko „hmotnostního náboje“ – kladné, zatímco elektrický náboj je zcela běžně kladný i záporný.

Pomineme-li ovšem tyto rozdíly ve znaménkách nábojů a v konstantách G a k , jsou si oba zákony silně podobné, co do závislosti na r i na nábojích/hmotnostech. Až poté kvantová elektrodynamika a obecná teorie relativity strhnou každý z těchto zákonů úplně jiným směrem. Ale to jsou již trochu modernější a komplikovanější teorie. . .

Eva Štastná

`eva.stastna@vyfuk.org`

Michal Stroff

`michal.stroff@vyfuk.org`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.