



Zadání II. série

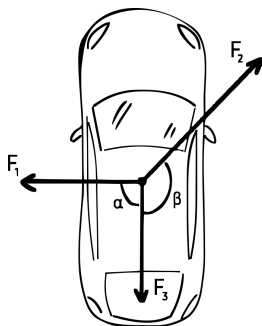


Termín odeslání: 24. 11. 2025 20.00

Úloha II.1 ... Autíčko 6 7

5 bodů

Vojta objevil v krabici své staré autíčko na dálkové ovládání a řekl si, že jej trochu fyzikálně otestuje. Na autíčko o hmotnosti $m = 4 \text{ kg}$ jedoucí rychlostí $35 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ působí síly F_1 , F_2 a F_3 , které vidíte na obrázku 1. Síly F_1 a F_3 jsou stejně velké, jejich velikost je 6 N . Síla F_2 má velikost $\sqrt{72} \text{ N}$ a všechny tři síly mají stejné působiště. Úhel α , který svírají F_1 a F_3 , je pravý. Úhel β mezi silou F_2 a F_3 je roven 135° . Jaká bude rychlost autíčka po čase $t = 20 \text{ s}$?

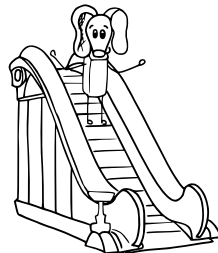


Obrázek 1: Síly působící na autíčko

Úloha II.2 ... Eskalující počty 6 7 8 9

5 bodů

Výfučka zajímá, kolik schodů má jeho oblíbený eskalátor. Rozhodl se to zjistit spočítáním, kolik schodů kolem něj projelo v opačném směru. Výfuček ale bohužel spěchal, a tak si nemohl dovolit na eskalátoru při počítání stát. Pohyboval se tedy po schodech rychlostí $1,5$ schodů za sekundu. Zdolání schodů mu trvalo $t = 32 \text{ s}$ a za tu dobu napočítal 82 schodů v opačném směru. Jako Výfuček spočítejte, kolik schodů je v každou chvíli viditelných na eskalátoru. Nepočítejte tedy ty, které se pod povrchem vracejí zpátky. Předpokládejte, že viditelných je vždy přesně polovina schodů eskalátoru a zbytek se pod povrchem vrací zpět na začátek. Oba eskalátory se pohybují stejnou rychlostí.



Úloha II.3 ... Soničky kytičky ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Soňa si koupila nové kytičky. Doma však zjistila, že je nemá kam dát, protože nemá parapet. Rozhodla se je tedy postavit na střechu, která má sklon $\alpha = 30^\circ$. Na 3D tiskárně si proto vytiskla plošinu, kterou na ni umístila, a na plošinu položila své květiny. Celková hmotnost této konstrukce je 500 g. Jaký minimální koeficient tření musí být mezi střešní taškou a plastovou plošinou, aby konstrukce s kytičkami nesjela ze střechy?



Úloha II.4 ... Energetická věž ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Max přemýšlel, jak si co neefektivněji uložit obnovitelnou energii, kterou získává ze svých solárních panelů. Napadlo ho, že by místo využití klasických baterií mohl uložit svou energii tak, že by pomocí jeřábu ze země zvedal betonové kvádry o rozměrech podstavy $1,5\text{ m} \times 2,5\text{ m}$ a výšce $h = 3,5\text{ m}$ a stavěl z nich věže. Kolik elektrické energie by Max mohl uložit do jedné takové betonové věže (tj. kolik elektrické energie potřebuje na její vybudování), pokud má věž 12 pater a v každém patře je 6 kvádrů? Uvažujte, že Max na zvedání kvádrů o hustotě $\rho = 2400\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ používá jeřáb s elektromotory o účinnosti $\eta = 85\%$.

Úloha II.5 ... Zásilka z vesmíru ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8 bodů

Lukáš rád pozoruje noční oblohu. Při jednom pozorování se zamyslel nad tím, jak starý je takový meteorit, který dopadne na Zemi. Následující den se šel projít do přírody a nestačil se divit, protože právě jeden našel. Pomozte Lukášovi zjistit, z jaké dálky meteorit přiletěl.

K určení stáří meteoritu Lukášovi pomůže nález několika izotopů prvků ve vzorcích odebraných z jeho dvou různých částí. Klíčové prvky vyskytující se ve vzorcích jsou radioaktivní izotop rubidia ^{87}Rb , který se s poločasem $T_{1/2} = 4,97 \cdot 10^{10}$ let rozpadá na stabilní izotop stroncia ^{87}Sr . Dále se v celém meteoritu homogenně vyskytuje stabilní izotop stroncia ^{86}Sr , který se nijak nerozpadá a jeho množství je tedy konstantní v čase.



Počet jader N mateřského izotopu (v tomto případě rubidia ^{87}Rb) lze v čase t vyjádřit jako

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

kde N_0 je počet atomů mateřského izotopu v čase $t = 0$ a $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$ je rozpadová konstanta.

1. Vyjádřete počet jader dceřiného izotopu (stroncia ^{87}Sr) N_d v závislosti jen na počátečním počtu jader dceřiného izotopu N_{d0} , aktuálním počtu jader mateřského izotopu N , rozpadové konstantě λ a čase t .

Lukáš analyzoval vzorky odebrané ze dvou částí (A a B) meteoritu a (pomocí hmotnostního spektrometru) naměřil následující poměry koncentrací jednotlivých izotopů.

$$\begin{aligned} \frac{[^{87}\text{Rb}]_A}{[^{86}\text{Sr}]_A} &= 473 \cdot 10^{-4} & \frac{[^{87}\text{Sr}]_A}{[^{86}\text{Sr}]_A} &= 7014 \cdot 10^{-4} \\ \frac{[^{87}\text{Rb}]_B}{[^{86}\text{Sr}]_B} &= 769 \cdot 10^{-4} & \frac{[^{87}\text{Sr}]_B}{[^{86}\text{Sr}]_B} &= 7028 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

- Upravte vztah získaný v první podúloze tak, aby v něm místo aktuálních počtů jader mateřského a dceřiného izotopu vystupovaly poměry jejich koncentrací s konstantní koncentrací stabilního izotopu $[^{86}\text{Sr}]$.

Vzniklý vztah by měl mít tvar předpisu lineární funkce, tedy $y = cx + d$, kde proměnné x a y odpovídají výše zadaným poměrům koncentrací.

- Vypočítejte hodnoty neznámých parametrů c a d , jestliže víte, že přímka musí procházet dvěma body $[x_A, y_A]$ a $[x_B, y_B]$, jejichž souřadnice odpovídají zadaným hodnotám.
- Z obecného vztahu pro parametr c vyjádřete stáří meteoritu t a vypočítejte jeho číselnou hodnotu pomocí hodnoty d z předchozí podúlohy.

Úloha II.E ... Kandela kandely ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

8 bodů

Viktor si chtěl ověřit svou domněnku, že je v jeho pokoji moc tma. Pokuste se o něco podobného.

Změřte v různých vzdálenostech d intenzitu osvětlení E nějakého světelného zdroje ve svém pokoji (například lampičky) a vynesete ji do jednoduchého grafu. Následně spočítejte součin Ed^2 pro každé měření a vypočtené hodnoty srovnejte. Jelikož platí tzv. *zákon převrácených čtverců*, měl by tento součin zůstat konstantní, používáme-li bodový zdroj světla. Odpovídají tomu vaše hodnoty? Pokud ne, dokážete objasnit proč?

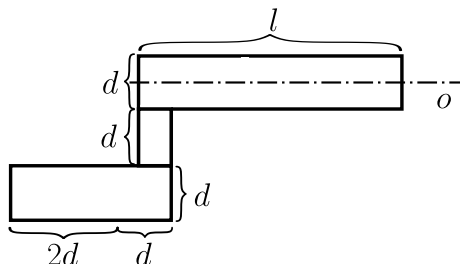


Pro účely měření si stáhněte vhodnou aplikaci na chytrý telefon, která intenzitu osvětlení změří pomocí světelného senzoru. Nezapomeňte měřit v temné místnosti a mít během měření senzor kolmo na směr paprsků. Jak přesná je podle vás navržená metoda?

Úloha II.V ... Moment setrvačnosti ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

- Matěj měl po škole hodně času, a tak se rozhodl, že si zajede na výlet na kole. Při jízdě začal přemýšlet, proč mají kola šlapky a na jakém principu vlastně funguje hřídel. Doma našel model hřídele s klikou a začal ho zkoumat. Zkuste to taky, vypočítejte moment setrvačnosti hřídele s klikou vzhledem k ose hřídele. Hřídel s klikou jsou homogenní tělesa a mají hmotnost $M = 15 \text{ kg}$ a tloušťku $d = 5 \text{ cm}$. Hřídel má délku $l = 1 \text{ m}$, svislá část šlapky má délku d a její vodorovná část délku $3d$. Soustava je tedy celkem dlouhá vodorovně $l + 2d$ a svisle $3d$ (vizte obrázek 2).



Obrázek 2: Nákres konstrukce hřídele

2. Matěj působil na střed šlapky tečnou silou $F = 200 \text{ N}$ kolmou ke směru otáčení. Jakou práci vykoná po $t = 3 \text{ s}$ otáčení?

Moment setrvačnosti plného válce vzhledem k jeho ose symetrie je $mr^2/2$, kde r je poloměr válce. Moment setrvačnosti vzhledem k ose kolmé na tyč procházející jejím koncem je $mL^2/3$, kde L je délka tyče.

Nápověda: Ve Výfučení si pozorně všimněte znění Steinerovy věty. Ke které ose tělesa se vždy vztahuje původní moment setrvačnosti, od něhož se pak určují momenty setrvačnosti vzhledem k rovnoběžným osám?

3. Spočítejte kinetickou energii jedoucího Matěje včetně jeho kola. Matěj jede konstantní rychlostí $v = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, kola jeho bicyklu mají tvar tenké kruhové obruče o poloměru $r = 584 \text{ mm}$ a hmotnost každého z nich je $m = 1800 \text{ g}$. Celé kolo i s Matějem váží $M = 76 \text{ kg}$. Pohyb cyklisty při šlapání a odpor vzduchu zanedbejte. Kola neprokluzují. Kolik procent celkové energie tvoří rotační energie?

Doprovodný text k úloze naleznete na našem webu.



**Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8**

www: <https://vyfuk.org>
e-mail: vyfuk@vyfuk.org

 **/ksvyfuk**  **@ksvyfuk**

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.