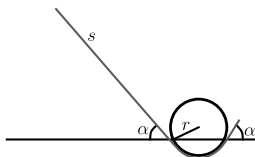


Úloha V.4 ... Dárek k narozeninám

7 bodů; průměr 5,87; řešilo 68 studentů

Peťa dostal k narozeninám auto na dálkové ovládání o hmotnosti $m = 0,80 \text{ kg}$ a rozhodl se, že ho pořádně otestuje. Vyrobil si ze dřeva rampu o délce $s = 4,5 \text{ m}$, kterou upevnil pod úhlem $\alpha = 30^\circ$ jako na obrázku 1. Za rampou vykopal prohlubeň, ze které auto vystřelí pod stejným úhlem α nahoru. Jaké největší výšky nad zemí auto dosáhlo, pokud motor působil při jízdě dolů po rovné části rampy silou $F = 5,0 \text{ N}$ a po vjetí do prohlubně byl vypnut? Veškeré ztráty mechanické energie (např. třením, odporem vzduchu, valivým odporem...) zanedbejte. Počítejte, že auto je malé a prohlubni bez problému projede.



Obrázek 1: Nákres Petovy sestavené rampy

Když se autíčko rozjíždí po nakloněné rampě, působí na něj kromě tahové síly motoru F také tíhová síla $F_G = mg$, která směřuje svisle dolů. Směr pohybu autíčka však není svislý, ale rovnoběžný s nakloněnou rovinou. Proto musíme tíhovou sílu rozložit na dvě složky – jednu kolmou k povrchu rampy $F_G^\perp$ a druhou rovnoběžnou s rampou $F_G^\parallel$. Pouze rovnoběžná složka tíhové síly ovlivňuje pohyb autíčka po rampě, neboť působí ve směru jeho pohybu. Tuto složku $F_G^\parallel$ vypočteme díky goniometrické funkci sinus¹

$$F_G^\parallel = F_G \sin \alpha = mg \sin \alpha.$$

Tato složka tíhové síly tedy přispívá ke zrychlení autíčka po rampě a koná práci spolu se silou motoru. Síly tedy na rampě dlouhé $s = 4,5 \text{ m}$ vykonají práci

$$W = mgs \sin \alpha + Fs = s(mg \sin \alpha + F),$$

kteřá bude rovna kinetické energii autíčka v okamžiku, kdy najíždí do prohlubně. Je jasné, že když autíčko prohlubeň opouští a je ve stejné výšce, má opět kinetickou energii rovnou práci W . Pak můžeme z rovnosti těchto energií určit rychlost autíčka v tomto bodě dráhy. Dostaneme tedy

$$\frac{1}{2}mv^2 = s(mg \sin \alpha + F) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2s(mg \sin \alpha + F)}{m}}.$$

Jelikož chceme určit maximální výšku, do níž se autíčko dostane, zajímá nás pouze svislá složka této rychlosti v_y . Stejně jako u rozkladu sil využijeme funkce sinus a úhlu α , pod kterým vektor rychlosti v míří, a zjistíme, že

$$v_y = v \sin \alpha.$$

¹Pokud by vás zajímalo, jak se rozklad síly pomocí goniometrických funkcí provádí, můžete si přečíst naše Výfuctění na vektory: https://vyfuk.org/_media/ulohy/r5/vyfucteni/vyfucteni_1.pdf.

Jelikož pohyb autíčka během letu je vlastně šikmý vrh, a díky tomu, že už známe svislou složku rychlosti, můžeme použít známý vzorec pro výpočet výšky vrhu, který vychází ze zákona zachování energie. Dostaneme rovnost

$$h = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{s(mg \sin \alpha + F) \sin^2 \alpha}{mg},$$

kde jsme postupně dosadili za v_y výrazy, které jsme dostali výše. Dosadíme-li hodnoty ze zadání, dojdeme k výsledku

$$h = \frac{4,5 \text{ m} \cdot (0,8 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 0,5 + 5 \text{ N}) \cdot 0,5^2}{0,8 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \doteq 1,28 \text{ m}.$$

Autíčko tedy dosáhlo maximální výšky necelých 1,3 m.

Lukáš Linhart

lukas.linhart@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.