

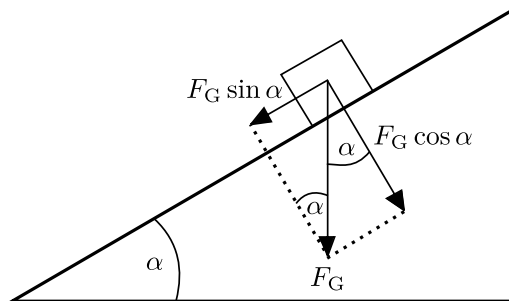
Úloha IV.5 ... Závodý na velodromu

7 bodů; průměr 4,37; řešilo 60 studentů

Výfuček sledoval cyklistické závody na velodromu¹ a hned si představil sám sebe jako jednoho ze soutěžících. Spočítejte, v jaké vzdálenosti r od vnitřní hrany velodromu by musel Výfuček jet, aby do cíle dorazil za co nejkratší čas. Předpokládejte, že velodrom je kruhový, má konstantní sklon a že Výfuček pojede tak, aby výslednice na něj působících sil byla kolmá k povrchu velodromu.



Při jízdě na velodromu ovlivňuje cyklistu několik sil. Kromě tíhové síly působící na cyklistu kolmo k povrchu země na něj působí také odstředivá síla, která vzniká při pohybu po zakřivené dráze. Aby závodník zůstal na dráze a nevyjel ven nebo nemusel jet nakloněný vůči povrchu a riskovat smyk, musí být výslednice těchto sil kolmá k povrchu velodromu. To znamená, že vektorové složky tíhové a odstředivé síly rovnoběžné s povrchem dráhy se musí vzájemně vyrušit.



Obrázek 1: Rozklad sil na nakloněné rovině

Tíhovou sílu F_G si tedy rozložíme na dvě složky, z nichž pro nás bude důležitá složka rovnoběžná s povrchem $F_G^{\parallel}$.

$$F_G^{\parallel} = mg \sin \alpha$$

Tato složka musí být vyváжена odstředivou silou, která je závislá na rychlosti cyklisty a poloměru zakřivení dráhy. Opět potřebujeme pouze složku rovnoběžnou s povrchem²

$$F_o^{\parallel} = \frac{mv^2}{R+r} \cos \alpha,$$

¹Velodrom je obvykle oválná cyklistická dráha s nakloněným povrchem uzpůsobeným pro jízdu ve vysokých rychlostech.

²Rozklad odstředivé síly lze provést podobně jako u tíhové síly. Může se vám zdát poměrně náhodné, že je nyní složka rovnoběžná s povrchem dráhy úměrná kosinu úhlu α , kdežto u tíhové síly jeho sinu. Souvisí to ale s tím, že celková odstředivá síla je na tíhovou kolmá. Pokud chcete tip na to, jak provádět rozklad sil efektivněji, můžete si zkusit říct, že u těchto jednoduchých rozkladů bude hledaná složka úměrná buďto sinu, nebo kosinu příslušného úhlu. Pro rozhodnutí, kterou z těchto funkcí použít, si stačí určit, jakou hodnotu by měla mít hledaná složka pro význačné úhly $\alpha = 0^\circ$ a $\alpha = 90^\circ$. Tato technika nemá stoprocentní spolehlivost, ale je dobré si ji vyzkoušet, pro získání správného fyzikálního citu pro to, kdy se podobné triky dají použít a kdy ne.

přičemž R představuje poloměr dráhy (resp. její vnitřní hrany) a r horizontální vzdálenost od vnitřní hrany velodromu. Dostáváme rovnost

$$\frac{mv^2}{R+r} \cos \alpha = mg \sin \alpha. \quad (1)$$

Abychom zjistili, v jaké vzdálenosti od středu musí cyklista jet pro co nejrychlejší projetí okruhu, vyjádříme si čas t , za který jedenkrát urazí dráhu velodromu

$$t = \frac{s}{v}.$$

Jelikož má velodrom kruhový tvar, dráha s bude představovat obvod kružnice

$$s = 2\pi(R+r).$$

Rychlost v si vyjádříme z rovnice (1)

$$t = \frac{2\pi(R+r)}{\sqrt{g(R+r) \operatorname{tg} \alpha}} \quad \Rightarrow \quad t = 2\pi \sqrt{\frac{(R+r)}{g \operatorname{tg} \alpha}}.$$

Abychom získali co nejmenší čas, potřebujeme minimalizovat výraz pod odmocninou. Jediná veličina, kterou můžeme ovlivnit, je vzdálenost od vnitřní hrany r , se kterou roste také čas. To znamená, že cyklista dosáhne nejkratšího času, pokud pojede co nejbližší vnitřní hraně velodromu, tedy ve vzdálenosti $r = 0$ od jeho vnitřní hrany.

Natálie Lászlóová

natalie.laszloova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.