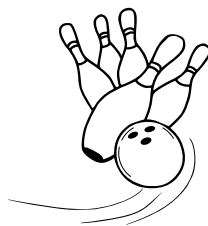


Úloha IV.4 ... Křišťálový bowling

7 bodů; průměr 5,32; řešilo 59 studentů

Viktor si šel s Lukášem zahrát bowling. Jelikož mají rádi experimenty, rozhodli se hrát s křišťálovou koulí. Viktor hodil kouli na dráhu dlouhou $s = 20$ m rychlostí $v = 8,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Lukáš si lehl na zem a pozoroval kuželky na konci dráhy skrz kouli. Všiml si, že se jejich velikost mění. Se zaujetím se zamyslel nad tímto jevem a ihned se rozhodl spočítat, jak závisí příčné zvětšení obrazu kuželek Z oproti jejich skutečné velikosti na čase t od vypuštění koule. Pomocí laserového ukazovátko zjistil, že se koule chová jako spojná čočka s ohniskovou vzdáleností $f = 10$ cm. Pokuste se stejně jako Lukáš znázornit graficky závislost zvětšení kuželek Z na čase t . Body příslušící spočteným hodnotám času zanepte do grafu s osami Z a t a pokuste se spojit body (přibližně) vhodnou hladkou křivkou.



Křišťálová koule se v úloze chová jako spojná čočka, její optické vlastnosti jsou popsány zobrazovací rovnicí

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}, \quad (1)$$

kde a je předmětová vzdálenost, a' obrazová vzdálenost a f je ohnisková vzdálenost.

Aby Lukáš dokázal určit závislost zvětšení kuželek na čase, musí využít další optický parametr čočky – příčné zvětšení Z , které odpovídá poměru vzdáleností a a a' od čočky.

$$Z = -\frac{a'}{a} \quad (2)$$

Záporné znaménko značí, že je vzniklý obraz převrácený. Tím se ale Lukáš nemusí zabývat, jelikož ho zajímá pouze velikost zvětšení.

Z rovnice (1) si vyjádříme obrazovou vzdálenost a' , která nám říká, jak daleko od čočky vzniká obraz, pokud známe předmětovou a ohniskovou vzdálenost.

$$a' = \frac{af}{a - f}$$

Křišťálová koule se pohybuje konstantní rychlostí v , předmětová vzdálenost se tedy bude rovnoměrně zmenšovat

$$a = s - vt.$$

Dosazením těchto dvou vztahů do rovnice (2) nám vyjde vzorec, který vyjadřuje, jak se příčné zvětšení kuželek mění v čase t

$$Z(t) = \frac{af}{a(a - f)} = \frac{f}{s - f - vt}. \quad (3)$$

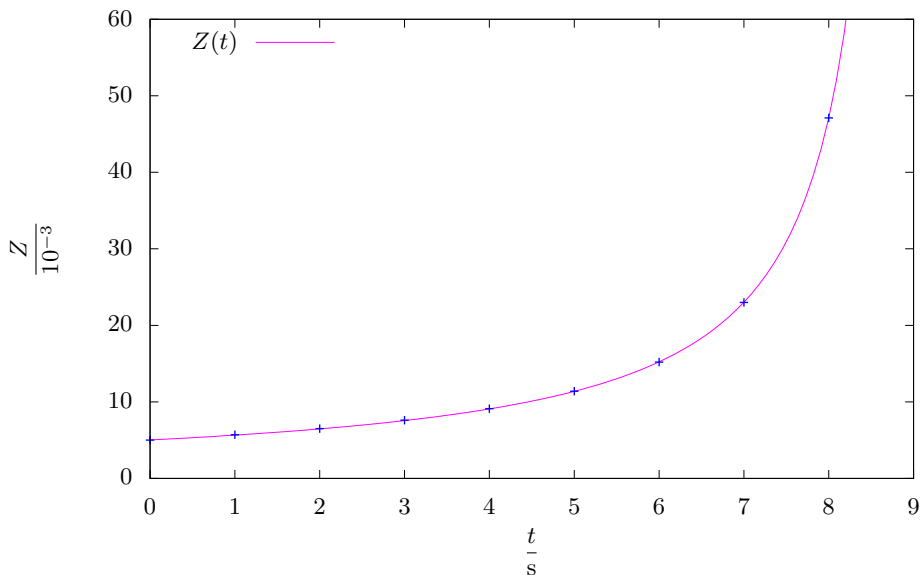
S rostoucím časem t se čočka přibližuje ke kuželkám, čímž se snižuje předmětová vzdálenost a . Tím se obrazová vzdálenost a' zvětšuje a zvětšení Z také roste.

Pomocí vztahu (3) spočítáme zvětšení Z pro hodnoty času t od $t = 0,0$ s do $t = 8,0$ s. Vypočítané hodnoty jsou uvedeny v tabulce (1).

Teď už jen vypočítané hodnoty z tabulky (1) zaneseme do grafu (viz obrázek 1). Z grafu, ve kterém jsme zanesené body spojili hladkou křivkou, je patrné, že zvětšení roste tím rychleji, čím je koule blíže kuželkám.

$\frac{t}{s}$	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
$\frac{Z}{10^{-3}}$	5,0	5,7	6,5	7,6	9,1	11,4	15,2	23,0	47,1

Tabulka 1: Tabulka příčného zvětšení v závislosti na čase



Obrázek 1: Závislost příčného zvětšení na čase je nelineární a výrazněji se projevuje při menší předmětové vzdálenosti

Natálie Lászlóová
 natalie.laszloova@vyfuk.org

Alena Mouchová
 alena.mouchova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
 Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.