

Úloha IV.3 ... Zákon schválnosti

6 bodů; průměr 5,30; řešilo 91 studentů

Matěj si k snídani namazal chleba se svou oblíbenou marmeládou od babičky. Je to ale nešika, takže mu chleba spadl. A co hůř – na podlahu dopadl namazanou stranou. Původně jej držel namazanou stranou nahoru a při upuštění mu dodal úhlovou rychlost $3,8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Z jaké nejmenší výšky by musel Matějovi chleba spadnout, aby vykonal alespoň půl otočky a zároveň se po dopadu nepřevážil na namazanou stranu? Uvažujte, že se chleba na danou stranu převáží, pokud tato strana svírá s podlahou úhel menší než 90° .

K vypočtení výšky, ze které musí chleba pro jedno otočení spadnout, budeme potřebovat zjistit, za jak dlouho se krajíc chleba otočí do takového úhlu, ze kterého se převrátí na zem nenamazanou stranou. Protože je ale v zadání uvedena úhlová rychlost ω v radiánech (značeno rad) za sekundu, je buďto potřeba převést úhel dopadu (krajíc chleba se převáží nenamazanou stranou dolů, pokud se před dopadem otočí alespoň o úhel $\varphi = 270^\circ$) na stupně pomocí vztahu

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi},$$

nebo můžeme rovnou využít definice radiánů. Ta říká, že plný úhel (360°) odpovídá $2\pi \text{ rad}$, a tudíž tři čtvrtiny plného úhlu (270°) můžeme zapsat jako $\varphi = 3\pi/2 \text{ rad}$. Úhlová rychlost udává, jaký úhel φ opíše rotací nějaké těleso či systém za určitou dobu t

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Je to podobný zákon jako u rovnoměrného přímočarého pohybu, akorát „designovaný“ na rotační pohyb, takže místo dráhy zde vystupuje úhel a místo rychlosti úhlová rychlost. Pomocí tohoto vztahu lze vyjádřit čas, za který se chleba otočí o potřebný úhel φ

$$t = \frac{\varphi}{\omega}.$$

Čas t slouží jako spodní hranice pro dobu pádu chleba ze stolu, aby chleba nedopadl namazanou stranou. Pokud známe tento čas, posledním krokem je již jen zjištění vzdálenosti, kterou chleba před dopadem urazí. Výšku letu lze vyjádřit vztahem

$$h = \frac{1}{2}gt^2,$$

jelikož se jedná o rovnoměrně zrychlený pohyb s nulovou počáteční rychlostí. Aby chléb spadl opět na nenamazanou stranu, bude muset padat z výšky alespoň

$$h = \frac{g\varphi^2}{2\omega^2}.$$

Po dosazení tíhového zrychlení $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, úhlu otočení $\varphi = 1,5\pi \text{ rad}$ a úhlové rychlosti $\omega = 3,8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ dostáváme

$$h \doteq 7,5 \text{ m}.$$

Můžeme tedy vidět, že chleba musí letět minimálně z výšky 7,5 m, což je taktéž důvodem, proč nám bohužel většinou chleby padají namazanou stranou dolů. Je dobré si uvědomit, že nestačí upustit chleba z výšky libovolně vyšší než 7,5 m. Při mnohem vyšších výškách totiž chleba vykoná více než jednu a čtvrt otočky a opět dopadne namazanou stranou dolů. Z toho vyplývá,

že bezpečné výšky, ze kterých lze chleba upustit, tvoří pouze určité intervaly. Nás však zajímá pouze základní minimální výška, která je sama o sobě už dost vysoká.

Matěj Sochor

`matej.sochor@vyfuk.org`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.