

Úloha III.E ... Stínová

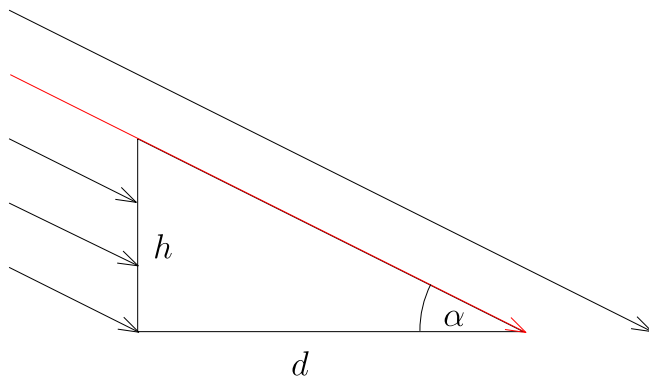
8 bodů; průměr 4,71; řešilo 78 studentů

Výfuček při večerní procházce pozoroval svůj stín. Všiml si, že se délka stínu mění podle úhlu, pod jakým na něj dopadá světlo z lampy. Hned si také rozmyslel, jakým způsobem délka stínu závisí na úhlu, pod nímž lampa svítí vůči zemské rovině.

Změřte závislost délky stínu předmětu na úhlu, pod kterým na něj svítíte. Stejně jako Výfuček také nalezněte funkci, která ji popisuje, a zdůvodněte, proč ji takto popisuje (například vhodným nákresem). Naměřené hodnoty následně vynesete do grafu a zkuste je danou funkcí proložit.

Teorie

Stín předmětu, na nějž dopadá světlo pod úhlem α , ohraničují paprsky dotýkající se jeho okrajů. Výška objektu h spolu s délkou stínu d pak tvoří odvěsny pomyslného pravoúhlého trojúhelníku s vnitřním úhlem α jako na obrázku 2. Intuitivně jsme schopni odhadnout, že se zmenšujícím se úhlem α stín roste, ovšem k přesnému popisu závislosti musíme využít goniometrickou funkci *tangens*¹.



Obrázek 1: Náčrt dopadajících rovnoběžných paprsků na předmět

V pravoúhlých trojúhelnících platí, že hodnota $\operatorname{tg} \alpha$ odpovídá poměru délky *protější* ku *přilehlé* odvěsně k úhlu α . V našem případě tedy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{d}.$$

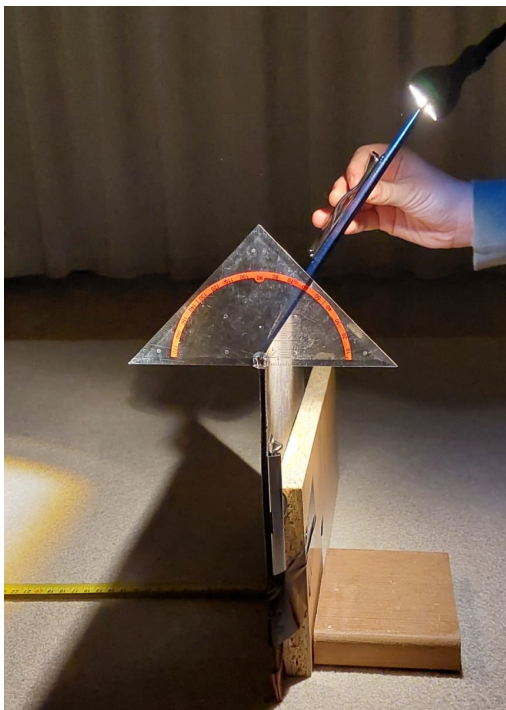
Číselnou hodnotu výrazu $\operatorname{tg} \alpha$ zjišťujeme pomocí kalkulačky stisknutím tlačítka „tan“ nebo „tg“ a zadáním velikosti úhlu. Jediné, na co si musíme dávat pozor, je, abychom měli kalkulačku nastavenou na stupně², pro kontrolu byste na displeji měli vidět písmeno „D“ či skupinu pís-

¹Funkce přiřazuje vstupní hodnotě (zde velikosti úhlu α) nějaké jedno číslo (podíl délek odvěsen pravoúhlého trojúhelníku).

²Existují totiž i jiné jednotky úhlu, např. *radiány* nebo *gradiány*, které mnoho kalkulaček také umí používat.

men „DGR“ nebo „DEG“ z anglického *degree*. Vyjádřením vzdálenosti d získáme vzorec pro závislost délky stínu na úhlu α dopadajícího světla jako funkci

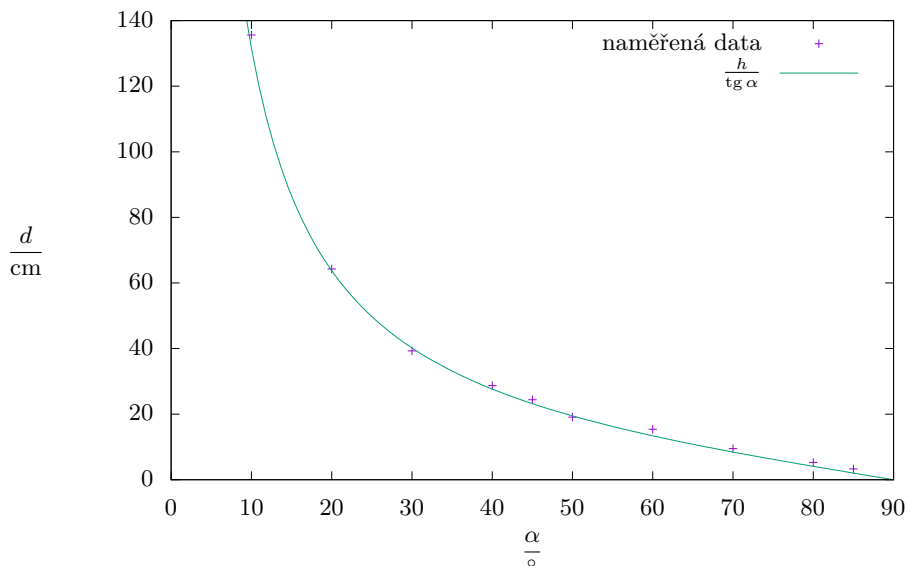
$$d = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} . \quad (1)$$



Obrázek 2: Aparatura pro určování délky stínu

Měření

Jako objekt jsme použili tenkou svisle postavenou desku s výškou 23,2 cm. Kolmo k ní jsme na zemi rozvinuli metr a k její horní podstavě připevnili úhloměr. K úhloměru jsme přiložili úzkou podložku se svítilnou se středem v rovině podložky. Podložku se svítilnou jsme otáčeli podle hrany vrchní podstavy stojící desky, během čehož jsme z úhloměru resp. metru odečítali úhel naklonění resp. délku stínu. Experiment jsme provedli pro každý úhel třikrát. Aritmetické průměry tří hodnot pro každé měření jsme zaznamenali do tabulky 1. Tyto hodnoty jsme následně zanesli do grafu 3 a proložili je funkcí (1).



Obrázek 3: Závislost délky stínu na úhlu nasvícení

n	$\frac{\alpha}{^\circ}$	$\frac{d}{\text{cm}}$	$\frac{h}{\text{tg } \alpha}$ cm
1	10	135,6	131,6
2	20	64,3	63,7
3	30	39,3	40,2
4	40	28,7	27,6
5	45	24,4	23,2
6	50	19,1	19,5
7	60	15,4	13,4
8	70	9,5	8,4
9	80	5,3	4,1
10	85	3,3	2,0

Tabulka 1: Aritmetický průměr naměřených délek stínu pro daný úhel α v porovnání s teoretickou hodnotou (zaokrouhlenou na desetiny)

Diskuze a závěr

Naměřené hodnoty se od vypočítaných lišily zhruba o 1 cm–2 cm. To je dáno především technickými limity sestavené aparatury, např. nepřesným odečítáním sklonu či různoběžností paprsků svítilny, které způsobují rozostření okraje stínu.

Michaela Urbanová
michaela.urbanova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.