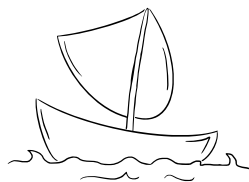


Úloha III.4 ... Na vlnách

7 bodů; průměr 6,31; řešilo 105 studentů

Výfuček ukotvil svou malou jachtu na širém moři, aby se mohl v klidu opalovat na přídí své lodě. Ihned po zakotvení však zjistil, že loď se výrazně houpe. Vcelku rychle se mu podařilo naměřit, jak se loď na vlnách pohupuje s frekvencí $f = 0,2 \text{ Hz}$, ze které se mu začalo dělat špatně. Napadlo ho ale, že může vyplout ve směru šíření vln, aby frekvenci houpání snížil, a tím uklidnil svůj žaludek. Rozhodl se tak učinit a vyrazil s lodí rychlostí $v = 15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ po směru šíření vln. Jestliže vrcholy vln putují po moři rychlostí $c = 20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, na jakou frekvenci se houpání Výfučkovy jachty snížilo?

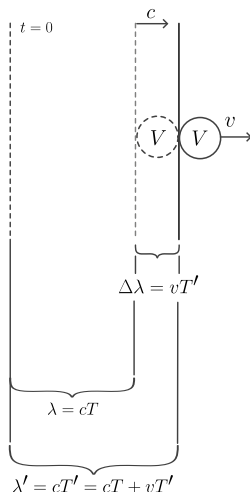


Situaci si můžeme představit tak, že se Výfuček nachází daleko od nějakého zdroje vln a vlny, které na své lodi vnímá, jsou navzájem rovnoběžné¹ jako na obrázku 1. Pokud by Výfuček se svou jachtou zůstal zakotvený, vnímal by, že vlny na jeho loď narážejí s konstantní frekvencí $f = 0,2 \text{ Hz}$, což odpovídá jedné vlně každých 5 sekund. V takovém případě bychom mohli spočítat vlnovou délku λ (vzdálenost mezi vrcholy dvou za sebou jdoucích vln) jako

$$\lambda = cT = \frac{c}{f},$$

kde c je rychlost šíření vln po hladině a T perioda vlnění.

Když ale Výfuček vyjede se svou jachtou na moře po směru vln, bude se tedy pohybovat směrem od zdroje vlnění, frekvence f' , se kterou vlny narážejí do jeho lodě, se změní. Po krátkém zamyšlení nás intuitivně napadne, že frekvence vln f' bude menší než původní frekvence f . Dá se říci, že Výfuček po vyplutí částečně utíká vlnám za sebou a ty do něj narážejí pomaleji, a tudíž méně často. Pojďme si tento jev ukázat matematicky.



Obrázek 1: Znázornění šíření vln na hladině a Výfučkova pohybu

¹Na „tvaru“ vln při počítání této úlohy nezáleží. Pro jednoduchost jsme vybrali rovnoběžné vlny.

Pro jednoduchost předpokládejme, že v čase $t = 0$, kdy Výfuček se svou jachtou vyplul, do jeho lodi zrovna narazila vlna. Další vlna se do místa, kde se Výfuček nacházel v čase $t = 0$, dostane za čas odpovídající periodě vlnění T a urazí při tom vzdálenost rovnou vlnové délce vlnění λ . Za tento čas ale Výfuček na své jachtě urazí vzdálenost vT , a tím pádem už nebude na stejném místě. Jelikož vlna také musí urazit tuto vzdálenost „navíc“, dorazí k němu později oproti situaci, ve které se Výfuček nepohyboval. Z toho vyplývá, že vlna dorazí k lodi za delší čas T' místo původního času T .

Nyní můžeme vyjádřit celkovou dráhu λ' , kterou vrchol vlny urazí, než narazí do lodi, jako součet původní vlnové délky λ a vzdálenosti $\Delta\lambda = vT'$, kterou Výfuček na své jachtě urazí během času T' .

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + vT'$$

Obě délky (λ a λ') si můžeme rozepsat jako součin rychlosti šíření vln po hladině a času, za který vlna danou délku urazila. Touto úpravou získáme následující vyjádření předchozí rovnice.

$$cT' = cT + vT'$$

Když využijeme toho, že perioda odpovídá převrácené hodnotě frekvence, a následně si z rovnice vyjádříme frekvenci f' , získáme následující vztah mezi původní frekvencí narážení vln f a frekvencí f' , se kterou bude vlny chytat Výfuček pohybující se na své jachtě po směru šíření vln rychlostí v .

$$\frac{c}{f'} = \frac{c}{f} + \frac{v}{f'} \Rightarrow f' = \frac{c-v}{c} f$$

Drobnou úpravou převedeme předchozí odvozený vztah do tvaru

$$f' = \left(1 - \frac{v}{c}\right) f,$$

se kterým se můžete setkat i v učebnicích fyziky, neboť se jedná o vztah popisující změnu frekvence vlnění při vzájemném pohybu zdroje a místa pozorování vlnění. Tomuto úkazu se říká Dopplerův jev.

I přesto, že se Dopplerův jev nejčastěji demonstruje na změně frekvence zvuku např. projíždějící sanitky či v relativistické podobě na změně frekvence (vlnové délky) elektromagnetického vlnění – světla, vztahuje se na všechny typy vlnění, tedy i na mechanické vlnění – v této úloze vlny na hladině moře.

Nyní již k samotnému výpočtu výsledné frekvence. Dosadíme hodnoty všech veličin ze zadání.

$$f' = \left(1 - \frac{15 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}{20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}\right) \cdot 0,2 \text{ Hz} = 0,05 \text{ Hz}$$

Potom, co Výfuček se svou lodí vyjel po směru šíření vln, se frekvence vln snížila na $f' = 0,05 \text{ Hz}$, což odpovídá jedné vlně každých 20 sekund.

Vojtěch Kubrycht

vojtech.kubrycht@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.