

Úloha III.2 ... Epipremnum neon

5 bodů; průměr 3,58; řešilo 346 studentů

Viktor si velice oblíbil jednu ze svých kytěk, protože velmi dobře roste. Každý její nový list je o 20 % delší než ten předchozí. Pokud má současný poslední list délku 25 cm, kolik listů ještě musí vyrůst, aby ten největší měl délku alespoň půl metru? Za předpokladu, že všechny listy mají stejný tvar, kolikrát větší povrch bude mít tento největší list oproti tomu 25 cm dlouhému?

Jelikož se každý nový list zvětší o 20 % oproti předchozímu listu, můžeme si jeho délku zapsat jako násobek délky předchozího listu. Jestliže jeden list má délku l_0 , a chceme ji zvýšit o 20 %, znamená to, že k původní délce přidáváme 20 % z ní samotné. Nový list tedy bude mít délku

$$l_1 = l_0 + 0,2 \cdot l_0 = 1,2 \cdot l_0.$$

Další list pak bude mít analogicky délku

$$l_2 = 1,2 \cdot l_1 = 1,2 \cdot (1,2 \cdot l_0) = 1,2^2 \cdot l_0.$$

Obecně délku n -tého listu můžeme napsat jako

$$l_n = 1,2 \cdot l_{n-1} = 1,2^n \cdot l_0,$$

kde l_0 je délka prvního listu a n je počet listů, které po něm přirostly.

Potřebujeme, aby délka nejdelšího listu byla alespoň 50 cm. Počet listů, které do té doby musí vyrůst, můžeme vyjádřit z předchozího vzorce pomocí logaritmu.

$$n = \log_{1,2} \frac{l_n}{l_0} = \log_{1,2} \frac{0,5}{0,25} \doteq 3,8.$$

Protože listy rostou jako celé jednotky, musí být n celé číslo. Výsledek tedy musíme zaokrouhlit nahoru. Z toho vyplývá, že musí vyrůst ještě 4 listy, aby ten největší měl délku alespoň půl metru.

Povrch roste s druhou mocninou délky.¹ Protože po 4 růstech bude délka $1,2^4$ krát větší než původní délka, povrch se zvětší násobkem

$$(1,2^4)^2 = 1,2^8 \doteq 4,3.$$

Povrch nejdelšího listu bude tedy přibližně 4,3krát větší než povrch prvního listu.

Natálie Lászlóová
natalie.laszloova@vyfuk.org

Alena Mouchová
alena.mouchova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹ Toto tvrzení platí obecně pro libovolné geometrické útvary. Pokud byste chtěli měnit délkový rozměr útvaru a ponechat tvar, zjistíte, že obsah nebo povrch daného útvaru roste s 2. mocninou délky, resp. jiné veličiny charakteristické pro rozměr útvaru (např. poloměr, výška, ...). Všimněte si toho například u čtverce ($S = a^2$), kruhu ($S = \pi r^2$), koule ($S = 4\pi r^2$), ...