

Úloha II.3 ... Kolejní výtahy

6 bodů; průměr 5,40; řešilo 150 studentů

Lubor rád jezdí kolejním výtahem. Když jednou cestoval z nultého do šestnáctého patra, zamyslel se, kolik jedna taková cesta vlastně stojí. Kabina výtahu má hmotnost $m_1 = 700$ kg, Lubor váží $m_2 = 80$ kg a výtah využívá protiváhu, která má hmotnost $m_3 = 500$ kg. Jedno patro je vysoké $h = 3$ m, pohybový aparát výtahu (motor, kladky, lana, kolejnice...) má účinnost $\eta = 80\%$ a kolej platí za kilowatthodinu elektřiny 5 Kč.



K určení ceny jedné Luborovy cesty výtahem budeme muset vypočítat množství elektrické energie, kterou výtah během své cesty spotřebuje. Pokud má motor výtahu (a zbytek zdvihací aparatury) účinnost η , budeme mu pro vykonání práce W muset dodat energii

$$E = \frac{W}{\eta}.$$

Práci, kterou motor výtahu během cesty vykoná, můžeme vyjádřit jako součin tahové síly F a dráhy s , na které tato síla působila. Pokud výtah ujede $n = 16$ pater a každé patro má výšku h , tak během cesty urazí dráhu $s = nh$.

$$W = Fs = Fnh$$

Zbývá nám určit, jakou silou musel motor výtahu působit na kabinu. Motor musí zároveň zvedat kabinu výtahu o hmotnosti m_1 a Lubora o hmotnosti m_2 , musí tedy působit silou o velikosti tíhové síly působící na tato dvě tělesa

$$F' = (m_1 + m_2)g.$$

Stejným směrem jako síla F' , tedy proti tíhové síle působící na kabinu výtahu a Lubora, působí síla, která vzniká jako důsledek působení tíhové síly na protiváhu o hmotnosti m_3 . Tato síla „nadlehčuje“ závaží, motor výtahu tak nemusí působit silou F' , ale jen silou

$$F = F' - m_3g = (m_1 + m_2 - m_3)g.$$

Když už máme vyjádřenou sílu, kterou musí motor výtahu během cesty působit, můžeme ji dosadit do výše uvedeného vztahu pro práci:

$$W = (m_1 + m_2 - m_3)nhg.$$

Pro vykonání této práce budeme muset výtahu dodat energii

$$E = \frac{W}{\eta} = \frac{(m_1 + m_2 - m_3)nhg}{\eta},$$

$$E = \frac{(700 \text{ kg} + 80 \text{ kg} - 500 \text{ kg}) \cdot 16 \cdot 3 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{0,8} = 164,808 \text{ kJ}.$$

Abychom mohli vypočítat, kolik cesta výtahem stála, budeme muset vypočítanou hodnotu energie převést do kilowatthodin – kWh. Jak již název této jednotky napovídá, jedná se o tisícnásobek součinu jednotek watt (W) a hodina (h). Watt je jednotkou výkonu, který je definován jako podíl energie a času. Je tedy zřejmé, že

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Watthodina, tedy bude odpovídat

$$1 \text{ Wh} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1 \text{ h} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 3600 \text{ s} = 3600 \text{ J}.$$

Stejně tak bude platit, že $1 \text{ kWh} = 3600 \text{ kJ}$. Touto úvahou jsme získali vyjádření jedné kWh v kJ, pro naše účely ale potřebujeme vztah přesně opačný. Ten získáme jednoduše vydělením obou stran rovnosti číslem 3600

$$1 \text{ kJ} = \frac{1}{3600} \text{ kWh}.$$

Využitím tohoto vztahu zjistíme, že $164,808 \text{ kJ}$ odpovídá $0,04578 \text{ kWh}$.

Teď už můžeme spočítat, jakou částku kolej za jednu Luborovu jízdu výtahem zaplatí, jednoduchým vynásobením ceny za kilowatthodinu $k = 5 \text{ Kč} \cdot \text{kWh}^{-1}$ a spotřebované energie

$$C = kE = 5 \text{ Kč} \cdot \text{kWh}^{-1} \cdot 0,04578 \text{ kWh} \doteq 0,23 \text{ Kč}.$$

Kolej za Luborovu cestu výtahem do 16. patra zaplatí přibližně 23 haléřů.

Vojtěch Kubrycht

`vojtech.kubrycht@vyfuk.org`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.