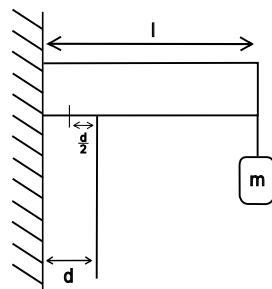


Úloha I.4 ... Pevný vrut

7 bodů; průměr 5,78; řešilo 148 studentů

Jirka se rozhodl pořídit si na kolej boxovací pytel. Narazil však na problém, jak pytel správně upevnit. Nakonec přišel s řešením pomocí jednoduché aparatury sestávající ze dvou ocelových trámů o délce $l = 1\text{ m}$ se zanedbatelnou hmotností. Jeden trám připevnil svisle na zeď a druhý kolmo na první pomocí jednoho vrutu, jak lze vidět na obrázku. Na konec druhého trámu chtěl pověsit boxovací pytel. Vtom však zaváhal, zda takovou zátěž spojovací vrut vydrží. Poradte Jirkovi, jakou maximální hmotnost může pytel mít, jestliže vrut má obsah průřezu $S = 0,5\text{ cm}^2$, mez pevnosti v tahu $\sigma = 420\text{ MPa}$ a trám má šířku $d = 10\text{ cm}$.



Abychom dokázali pochopit, jakou mechanikou se řídí celá situace, musíme si představit hraniční případ, v němž vrut napětí nevydrží a praskne. Těsně po přetržení vrutu by se horní trám začal otáčet kolem hrany svislého trámu, choval by se tedy jako dvojzvrtná páka. Hrana svislého trámu funguje jako opěrný bod, kolem něhož se vodorovný trám otáčí.

Nyní se vraťme trochu zpátky a ponechme vrut ještě nepřetržený. Hledáme-li maximální zátěž na konci trámu, musíme nejprve určit maximální sílu $F_{\max}$, kterou ještě můžeme tahat za vrut, aniž by se přetrhl. Jelikož se následně páka nehýbe, můžeme z rovnováhy na páce určit maximální hmotnost pytle M .

Jak můžeme vidět z obrázku, první rameno páky, které přísluší síle vrutu $F_{\max}$, má délku $d/2$. Druhé rameno, spojené s tíhou pytle Mg ($g \doteq 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ značí tíhové zrychlení), je dlouhé $l - d$. Rovnováha na páce tak bude vyjádřena rovnicí

$$F_{\max} \cdot \frac{d}{2} = Mg \cdot (l - d).$$

Teď už jen šikovnými úpravami vyjádříme hmotnost pytle M

$$M = \frac{F_{\max} \cdot d/2}{g(l - d)} = \frac{F_{\max}}{2g(l/d - 1)}. \quad (1)$$

Poslední, co potřebujeme znát k vyřešení úlohy, je síla $F_{\max}$. K jejímu určení nám poslouží materiálová konstanta zvaná *mez pevnosti v tahu*. Tato veličina odpovídá maximálnímu tlaku, který můžeme tahem na daný materiál vyvíjet, aniž by povolil a přetrhl se. Poněvadž se jedná o tlak, musíme pro zjištění síly tuto mez pevnosti v tahu σ přenásobit plochou, na niž síla $F_{\max}$ působí kolmo. Touto plochou je právě průřez vrutu o obsahu S . Maximální síla tahu tak dostává tvar

$$F_{\max} = \sigma S.$$

Následně můžeme dosadit toto vyjádření síly $F_{\max}$ do vztahu (1) a obdržíme

$$M = \frac{\sigma S}{2g(l/d - 1)}.$$

Nyní už stačí jen dosadit zadané hodnoty a získáme maximální možnou hmotnost Jirkova pytle.

$$M = \frac{420 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{2 \cdot 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{0,1 \text{ m}} - 1 \right)} \doteq 117 \text{ kg}$$

Vzhledem k tomu, že náš model má jisté nedostatky (např. jsme zanedbali hmotnost trámů) a zadané hodnoty nejsou uvedené moc přesně, je bezpečné prohlásit, že bude-li mít pytel hmotnost do 100 kilogramů, konstrukce jeho zavěšení vydrží. Samozřejmě za předpokladu, že vydrží i ostatní části konstrukce.

Michal Stroff

`michal.stroff@vyfuk.org`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.