

Úloha VI.2 ... Už nehraji

5 bodů; průměr 4,15; řešilo 114 studentů

Výfuček hrál s Hedvikou loď. Hráli je na poli o velikosti 10×10 políček, z čehož loď zabíraly 30 políček. Bohužel to Výfučkovi moc nešlo a rozhodl se pro zlepšení nálady spočítat, jak se bude měnit pravděpodobnost, že Hedvice nějakou loď treffi. Jaká je pravděpodobnost, že Výfuček v tahu n treffi jakoukoliv loď za předpokladu, že se ve všech předchozích tazích netrefil? Předpokládejte, že pokud Výfuček už na nějaké pole střílel, nebude na něj střílet znovu.

Pravděpodobnost daného jevu odpovídá podílu počtu „příznivých“ výsledků a počtu všech výsledků, které můžeme dostat. V řeči našeho konkrétního problému můžeme prohlásit, že pravděpodobnost, že Výfuček treffi libovolné políčko obsazené lodí, netrefil-li ještě žádné takové, je rovna podílu počtu všech políček, které loď zabírají, a počtu všech políček, na která může Výfuček ještě pálit.

Na začátku prvního tahu bude mít proto Výfuček pravděpodobnost $p = 30/100 = 0,3$, že se strefí. S každým dalším tahem se mu o 1 sníží počet polí, na která by mohl střílet. Na začátku n -tého tahu tedy bude mít pravděpodobnost, že strefí nějakou loď:

$$p = \frac{30}{100 - (n - 1)} = \frac{30}{101 - n}$$

To bude platit pro každé $n \in \{1, 2, 3, \dots, 70\}$. Na začátku Výfučkova 71. tahu (pokud do té doby neprohraje) již nebude zbývat žádné pole, na kterém by nebyla loď a které by netrefil. V tomto případě bude jeho pravděpodobnost sestřelení lodi $p = 1 = 100\%$ pro všechny následující tahy.

Michaela Urbanová

michaela.urbanova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.