

Úloha V.E ... Tuhost propisky

7 bodů; průměr 4,94; řešilo 84 studentů

Výfuček si hrál s propiskou a objevil v ní malou pružinku. Zamyslel se, jaké jsou asi její vlastnosti. Pomozte mu a libovolným způsobem změřte tuhost pružinky v obyčejné propisce.

Úvod

Před samotným měřením bychom si měli ujasnit, co je to vlastně tuhost. Jedná se o fyzikální veličinu, která charakterizuje každé pružné těleso. Popisuje, jak moc se natáhne vzhledem k velikosti působící síly. V praxi je tuhost důvodem, proč se například každá pružina natáhne jinak, i když je na nich zavěšené stejné závaží. Samotná tuhost nezávisí pouze na materiálu, z něhož je pružina tvořená, ale i na samotné konstrukci pružiny – např. počtu a hustotě závitů. Jednotkou tuhosti je $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ a většinou ji značíme k . Měření můžeme provádět několika způsoby – zde se zaměříme na metodu statickou a dynamickou.

Statická metoda

Měření touto metodou je poměrně snadné. Naším cílem je zjistit, o kolik se pružina prodlouží, když na ni budeme působit určitou silou. Vezmeme si tedy obyčejnou pružinku a pomocí posuvného měřítka změříme její počáteční délku l_0 , následně na ni zavěsíme námi zvolené závaží o hmotnosti m a změříme výslednou délku l . Odečtením těchto dvou délek získáme samotné prodloužení pružiny $\Delta l = l - l_0$. Na závaží působí síla pružnosti F_p a opačným směrem působí tíhová síla $F_G = mg$, kde $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení. Tyto hodnoty následně dosadíme do vzorce pro výpočet tuhosti k .

$$k = \frac{F_p}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l}$$

Dodejme ještě, že když zavěsíme pružinku bez závaží, tak se nepatrně prodlouží v důsledku vlastní tíhy. Toto prodloužení je pro pružinku v propisce velmi malé, proto tento efekt zanedbáváme.

Měření

Měření jsme provedli pětikrát – pokaždé se stejnou pružinou, ale jiným závažím. Změřené délky pružinek jsme vždy zaokrouhlili na desetiny milimetru. Posuvné měřidlo sice umožňuje měřit o něco přesněji, ovšem vzhledem ke tvaru pružinky a k tomu, že při samotném měření vždy pružinku trochu deformujeme, je přesnost změření délky jistě menší než přesnost měřidla (dalo by se diskutovat i o tom, jestli námi odhadnutá chyba 0,1 mm stále není moc malá).

n	$\frac{m}{\text{kg}}$	$\frac{l_0}{\text{mm}}$	$\frac{l}{\text{mm}}$	$\frac{\Delta l}{\text{mm}}$	$\frac{F}{\text{N}}$	$\frac{k}{\text{N}\cdot\text{m}^{-1}}$
1	0,10	28,9	31,4	2,5	0,98	390
2	0,25	29,1	34,7	5,6	2,45	440
3	0,40	28,2	37,9	9,7	3,92	400
4	0,50	28,8	40,8	12,0	4,91	410
5	0,75	28,7	45,9	17,2	7,36	430

Tabulka 1: Data naměřená statickou metodou

Z měření je patrné, že tuhost vychází ve všech případech podobně. Po vypočítání průměru jsme zjistili, že tuhost pružiny kancelářské propisky je $k_{\text{stat}} = 410 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. U posledního měření (s největším závažím) se pružina plasticky zdeformovala (již se nevrátila do původní polohy). Dodejme, že vypočítanou tuhost zaokrouhlujeme na 2 platné číslice, protože hmotnost závaží i změnu délky pružinky známe s přesností přibližně na 2 platné číslice.

Dynamická metoda

Na rozdíl od statické metody, kdy pružina se závažím byla v klidu, se v dynamické metodě zaměříme na kmitavý pohyb. Ze začátku se pružina nachází v rovnovážné poloze – tedy stejně jako při statické metodě je na pružině zavěšeno závaží a celá soustava je v klidu a opět platí, že síla pružnosti F_p se rovná tíhové síle F_G . Následně uvedeme závaží do kmitavého pohybu – vychýlíme ho z rovnovážné polohy.

Nyní nastává zajímavý jev – pohyb již není závislý na tíhovém zrychlení. Kmitavý pohyb pružinky bychom tedy pozorovali i například na Mezinárodní vesmírné stanici, kde je stav beztlíže. Plyne to mimo jiné z rovnic pro síly. Intuitivně si to lze představit tak, že když se pružinka prodlouží do rovnovážné polohy, vyrovná tím gravitaci a jelikož je síla pružinky lineární vzhledem k původní výchylce, tak je lineární i vzhledem k nové.

Pomocí pokročilé matematiky se dá následně ukázat, že perioda T kmitů pružinky je rovna (nebo lze prostě opsat vzoreček z Wikipedie¹)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

odkud vyjádříme tuhost jako

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

Měření

Měření jsme prováděli pomocí detektoru Vernier Go! Motion, který funguje jako sonar. Přístroj nejdříve vyšle zvukovou vlnu, která se v určité vzdálenosti nad přístrojem odrazí a vrátí se zpět do detektoru. Z rychlosti zvuku následně Vernier určí uraženou vzdálenost.

Na pružinu jsme upevnili závaží o hmotnosti $0,5 \text{ kg}$ a pružinu rozkmitali. Ve sběrači dat jsme následně viděli pozici závaží v čase. Odečetli jsme čas 20 kmitů pružiny, který byl $T_{20} = 4,55 \text{ s}$. Doba jedné periody tedy byla $T = T_{20}/20 = 0,228 \text{ s}$, což vede na tuhost pružiny

$$k_{\text{dyn}} = 380 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}.$$

Diskuze a závěr

Pomocí dvou metod jsme určili tuhost pružiny z propisky jako $k_{\text{dyn}} = 380 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ a $k_{\text{stat}} = 410 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Relativní rozdíl mezi hodnotami je přibližně 5 %. U obou metod jsme se mohli dopustit několika nepřesností. U statické metody docházelo alespoň u vyšších hmotností k plastické deformaci, tedy i změně mechanických vlastností pružiny. Také jsme však mohli chybně

¹<https://cs.wikipedia.org/wiki/Pružina>

odečítat z měřidel. U dynamické metody nebyl pohyb pružiny dokonale harmonický; např. závaží se kymácelo ze strany na stranu, což způsobilo i z části neharmonický graf pohybu v čase. Odečítáním časů z počítače jsme se alespoň vyhnuli chybě v podobě lidského reakčního času.

Hedvika Kršková

hedvika.krskova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.