

Úloha III.V ... Plavu, plaveš, plaveme 7 bodů; průměr 4,73; řešilo 161 studentů

1. Na Měsíci působí na pytel brambor tíhová síla 81 N. Jakou hmotnost má pytel a jaká je jeho tíha na Zemi?
2. Kus oceli na vodě neplove, ocelový tanker však ano. Mějme tanker o hmotnosti 45 000 t. Jaký minimální objem musí tanker mít, aby mohl plovat na vodě?
3. Výfuček si hrál v umyvadle s pirátskou lodí. Původně měl zlatý poklad položený v lodi, pak ho ale napadlo, že by piráti poklad lépe schovali, kdyby ho připevnili pod loď. Pokud Výfuček přiváže na loď poklad zespodu, co se stane s hladinou vody v umyvadle – klesne, stoupne, nebo zůstane stejná?
4. Kvádr korku o hustotě $\rho = 520 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a rozměrech $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ položíme do akvária o rozměrech podstavy $12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$, ve kterém je 0,78 l vody. Bude kvádr plovat? Odpověď odůvodněte.

1. Pro výpočet hmotnosti pytle využijeme vztah

$$m = \frac{F_M}{g_M},$$

kde F_M je tíhová síla působící na pytel na Měsíci ze zadání a $g_M = 1,62 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení na Měsíci.¹ Po dosazení získáme hmotnost pytle $m \doteq 50 \text{ kg}$.

Na Zemi máme tíhové zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, tedy upravíme první vztah pro výpočet tíhové síly

$$F = mg.$$

Víme, že tíha a tíhová síla mají stejnou velikost, liší se pouze působišťem. Po dosazení získáme tíhu pytle $F \doteq 491 \text{ N}$.

2. Je nám známo, že tanker plove, tedy „vytlačí, kolik váží“. Potřebujeme proto vypočítat objem vody, který má stejnou hmotnost jako tanker. Voda má hustotu $\rho = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, hmotnost tankeru známe ze zadání. Dosadíme do vztahu pro objem a hustotu

$$V = \frac{m}{\rho}$$

a získáme minimální nutný objem lodi $V = 45\,000 \text{ m}^3$.

3. Výfučkova loď s pokladem v lodi plove, tedy „vytlačí, kolik váží“. Po přivázání pokladu zespodu stále plove, tedy stále „vytlačí, kolik váží“. V obou případech loď vytlačí stejně vody, hladina v umyvadle tedy zůstane stejná.

¹<https://cs.wikipedia.org/wiki/Měsíc>

4. Aby kvádr plovál, musí vytlačit stejné množství vody, jako sám váží. Hmotnost kvádrů získáme ze vztahu $m = \rho_k V_k$, kde objem kvádrů V_k snadno spočteme ze zadaných rozměrů. Objem vody, který musí kvádr vytlačit, tedy je

$$V = \frac{m}{\rho_v} = \frac{\rho_k V_k}{\rho_v},$$

kde ρ_v je hustota vody. Pokud tento objem vydělíme plochou podstavy kvádrů, získáme jeho tzv. hloubku ponoru, tedy do jaké výšky musí být pod vodou, aby plovál.

$$h = \frac{V}{S} = \frac{\rho_k V_k}{\rho_v S} = 7,8 \text{ cm}.$$

Poznámka: Celý tento postup lze zkrátit, víme-li, že z poměru hustot kapaliny a tělesa lze vypočítat, kolik procent tělesa musí být pod vodou. Jelikož tento postup ale není zmíněn ve Výfučeni, použili jsme „o něco delší“ metodu.

Vypočteme-li z plochy podstavy akvária a objemu vody v něm výšku hladiny, dojdeme k výsledku 5,4 cm. Mnohé by tedy mohlo napadnout, že kvádr plovat nemůže. Problém ale je, že nejsme v moři, ale v akváriu. Hladina se tedy může zvedat a objem kapaliny tělesem vytlačené je roven objemu ponořené části tělesa, tedy může být i větší než skutečný objem kapaliny v akváriu.

Kolem podstavy kvádrů zbývá $S_o = 12 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} - 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 44 \text{ cm}^2$ místa. Nalijeme-li do takto kvádrem „ukrojeného“ prostoru vodu z akvária, vystoupá do výšky

$$h_o = \frac{0,781}{44 \text{ cm}^2} \doteq 17,7 \text{ cm},$$

což je rozhodně víc než $h = 7,8 \text{ cm}$, které kvádrů stačí na plování. Co se stane s vodou, která by vystoupala nad čáru ponoru? Jednoduše zůstane pod kvádrem a ten na ní plove.

Poznamenejme, že jsme ani nemuseli počítat hloubku ponoru h , protože h_o je větší než výška korku – vidíme, že korek má menší hustotu než voda. Pokud je tedy v akváriu dost vody, bude korek plovat. Následně nám stačí ověřit, jestli nebude korek ležet na podložce (na což bychom ponor h obecně potřebovali). Výpočtem h_o zjistíme, že je větší než výška korku, a tedy již ponor h vůbec nemusíme počítat – automaticky víme, že by v akváriu plovat stejně velký korek s libovolnou hustotou menší než hustota vody.

Soňa Husáková

sona.husakova@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.