

Úloha II.V ... Výfuček a teplo

7 bodů; průměr 2,98; řešilo 122 studentů

1. Výfuček si k obědu uvařil polévku. Nalil ji do porcelánového talíře a překvapilo ho, že po ustálení teplot porcelánu a polévky byl talíř velmi horký. Spočítejte jakou měl teplotu, jestliže počáteční teploty talíře a polévky byly 25°C a 60°C . Talíř má hmotnost 300 g a měrnou tepelnou kapacitu $1\,100\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$. Polévky bylo 0,5 l s tepelnou kapacitou $4\,200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ (fyzikální vlastnosti polévky jsou velmi blízké vlastnostem vody). Uvažujte, že se teploty ustálí rychleji, než stihne větší množství tepla uniknout do okolí.
2. Po vydatném obědě začal Výfuček pracovat na vlastním osobním výtahu. Místo klasické konstrukce se ale rozhodl ho pohánět dějem v ideálním dvouatomovém plynu.

Vzal proto utěsněnou válcovou nádobu s pohyblivým pístem o ploše $S = 0,3\,\text{m}^2$. Potom se on sám na píst postavil, počkal, než se tlak v plynu vyrovná s novou zátěží, a začal plynu pomalu dodávat teplo. Kolik tepla mu musí dodat, aby ho výtah zvedl o $h = 2\,\text{m}$, jestliže Výfuček spolu s pístem váží $m = 100\,\text{kg}$? Atmosférický tlak je roven přibližně $p_a \doteq 100\,\text{kPa}$ a tíhové zrychlení je $g \doteq 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Nápověda: Zamyslete se, o jaký děj v plynu se jedná. Všechny parametry potřebné k vyřešení úlohy máte zadané.

1. Ze zadání víme, že během ustalování teplot mezi talířem a polévkou unikne do okolí pouze zanedbatelné množství tepla. Můžeme tedy uvažovat, že veškeré teplo odevzdané polévkou bylo předáno talíři.

Označme t teplotu, na které se ustálí talíř a polévka. Teplota talíře se zvýšila o $t - t_t$, kde $t_t = 25^\circ\text{C}$ je jeho počáteční teplota, a teplota polévky se snížila o $t_p - t$, kde $t_p = 60^\circ\text{C}$ je počáteční teplota polévky. Polévka tedy odevzdala teplo

$$Q_1 = m_p c_p (t_p - t),$$

kde $m_p = \rho_v V$ je hmotnost polévky o objemu $V = 0,5\,\text{l}$ a hustotě rovnající se hustotě vody, tj. $\rho_v = 1\,000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Dále $c_p = 4\,200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ je měrná tepelná kapacita polévky.

Podobně pro teplo přijaté talířem můžeme napsat

$$Q_2 = m_t c_t (t - t_t),$$

kde $m_t = 0,3\,\text{kg}$, $c_t = 1\,100\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$ jsou hmotnost a měrná tepelná kapacita talíře.

Tepla Q_1 a Q_2 se na základě předchozí úvahy musí rovnat, získáme tedy rovnici

$$m_p c_p (t_p - t) = m_t c_t (t - t_t),$$

odkud jednoduše vyjádříme teplotu t , na které se ustálí talíř a polévka:

$$t = \frac{V \rho_v c_p t_p + m_t c_t t_t}{m_t c_t + V \rho_v c_p} \doteq 55^\circ\text{C}.$$

2. Rozmysleme si, jak pracuje Výfučkův „tepelný“ výtah. Nádoba s pohyblivým pístem je naplněna ideálním dvouatomovým plynem. Plyn působí na píst z vnitřní strany tlakem, a tedy i silou. Když se plyn rozpíná, působí na píst silou podél dráhy a je konána práce (viz úvahy ve Výfučtení).

Z vnější strany na pístu stojí Výfuček a spolu s pístem působí na plyn silou mg , kde $m = 100 \text{ kg}$. To však není jediná síla ovlivňující dynamiku systému, na píst ještě „zvenku“ působí tlak okolního vzduchu (atmosférický tlak) p_a . Celkem tedy při práci výtahu na plyn působí konstantní síla, a tedy i konstantní tlak o velikosti

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} + p_a.$$

Pohyb pístu zajišťuje rozpínání plynu, k němuž dochází díky dodávání tepla. Pokud teplo plynu dodáváme pomalu, pohybuje se i píst pomalu. Mezi tlakem plynu zevnitř a tlakem způsobeným vnějšími silami (tíha Výfučka a pístu, tlak vzduchu) dochází k rovnováze. Tlak v plynu je po celou dobu konstantní a jedná se tedy o izobarický děj.

Chceme, aby výtah zvedl Výfučka o $h = 2 \text{ m}$. Plyn podél této dráhy působí konstantní silou

$$F = pS = mg + p_a S$$

a vykoná práci

$$W = mgh + p_a Sh.$$

Nyní by se mohlo zdát, že stačí dodat plynu teplo o velikosti $Q = W$ a jsme hotovi. Uvědomme si však, že při rozpínání se plyn nutně ohřeje (ze stavové rovnice víme, že jestliže se zvětšil objem plynu, ale jeho tlak se nezměnil, pak se musela zvětšit teplota). Konkrétně jsme ve Výfučtení pomocí stavové rovnice našli vztah pro konanou práci:

$$W = nR\Delta T,$$

kde n je látkové množství plynu a R značí molární plynovou konstantu. Odtud můžeme vypočítat, že se plyn při práci výtahu musel ohřát o

$$\Delta T = \frac{1}{nR} (mgh + p_a Sh).$$

Kromě tepla na vykonání práce W tedy ještě musíme plynu dodat teplo nutné pro zvýšení teploty ΔT . Dvouatomový plyn má vnitřní energii

$$U = \frac{5}{2} nRT,$$

při ohřevu o ΔT se tedy vnitřní energie zvětší o

$$\Delta U = \frac{5}{2} nR\Delta T.$$

Celkem tedy musíme plynu dodat teplo

$$Q = \Delta U + W = \frac{7}{2} nR\Delta T,$$

$$Q = \frac{7}{2} (mgh + p_a Sh) = 217 \text{ kJ}.$$

Poznamenejme, že jsme v úloze narazili na zajímavou skutečnost. Museli jsme plynu dodat teplo o větší velikosti, než byla celková vykonaná práce. To není náhoda, existuje zákon, který říká, že obecně nejsme schopni veškeré dodané teplo přeměnit na práci¹, a tedy že žádný *tepelný stroj* nemůže pracovat se stoprocentní účinností. Toto tvrzení se nazývá druhý zákon termodynamiky.

Jiří Kohl

jiri.kohl@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Zákon je ve skutečnosti zformulovaný malinko komplikovaněji. To, co jsme nyní vyslovili, nemusí nutně vždy být pravda.