

## Úloha II.4 ... Tma jako v pytli

6 bodů; průměr 3,97; řešilo 269 studentů

Raketa přistála na neznámé planetě, jejíž oceány má prozkoumat. V jaké maximální hloubce může dlouhodobě operovat, pokud ke svému provozu potřebuje, aby na její solární panely dopadalo alespoň 30 % záření dopadajícího na povrch planety? Přístroje změřily, že každých 10 m klesání v oceánu kapalina absorbuje 4 % procházejícího záření. Maximální hloubku stačí uvést s přesností na 10 m.



Na hladinu oceánu dopadá nějaké množství záření, průchodem skrz vodu se postupně část záření absorbuje. Nás zajímá, jak se procento původního záření mění s hloubkou. Víme, že množství záření se každých 10 m sníží o 4 %. Jelikož se ale snižuje intenzita *procházejícího* záření, tak v hloubce 20 m nebude intenzita záření 92 %, ale bude o něco vyšší. Nemůžeme tedy provést prosté dělení – musíme řešit exponenciální rovnici.

Pokud označíme intenzitu záření na začátku  $I_0$ , tak o 10 m hlouběji bude intenzita  $I_1 = 0,96I_0$ , po dalších deseti metrech bude  $I_2 = 0,96I_1 = 0,96^2I_0$  atd. Vidíme, že po průchodu  $x$  desetimetrovými vrstvami bude intenzita  $I_x = 0,96^xI_0$ .

Zajímá nás, kolikrát musíme klesnout o 10 m, aby intenzita záření poklesla na 30 %. S ohledem na předchozí úvahy můžeme náš požadavek zapsat jako

$$100 \cdot 0,96^x = 30.$$

Vyjádríme si  $x$  a rovnici vyřešíme.<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} 0,96^x &= \frac{30}{100}, \\ \log_{0,96} 0,96^x &= \log_{0,96} \frac{3}{10}, \end{aligned}$$

kde funkce  $\log_a b$  je tzv. *logaritmus*.

$$\begin{aligned} x \log_{0,96} 0,96 &= \log_{0,96} \frac{3}{10}, \\ x &= \log_{0,96} \frac{3}{10}, \\ x &\doteq 29,5. \end{aligned}$$

Všimněme si, že náš výsledek je obecnější, než byly naše úvahy. Při sestavování rovnice jsme totiž věděli pouze to, o kolik intenzita klesne po 10 metrech. Výsledek 29,5 by nám tedy řekl pouze to, že raketa může klesnout do hloubky 290 m, ale do hloubky 300 m už ne. Dá se

<sup>1</sup> Pokud jste se s řešením tohoto typu rovnic nikdy nesetkali, poskytneme vám alternativu. Vzhledem k tomu, že v zadání je požadována přesnost na 10 m, tak můžeme prostě například pomocí Excelu postupně vypisovat mocniny čísla 0,96, dokud hodnota neklesne pod 0,30 a tuto mocninu si poznamenat jako výsledek.

však ukázat, že výsledek  $29,5 \cdot 10 \text{ m} = 295 \text{ m}$  je skutečně správná maximální možná hloubka. S ohledem na požadovanou přesnost v zadání však stačí výsledek 290 m.

*Viktor Materna*

`viktor.materna@vyfuk.org`

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.