

Úloha VI.2 ... (Ne)malé klubíčko

5 bodů; průměr 4,36; řešilo 55 studentů

Soňa si háčkuje trojúhelníkový šátek mušličkovým vzorem. Začala řadou o šedesáti mušličkách a každou další řadu háčkuje vždy o mušličku kratší do mezer (jako když se staví pyramida z kostek). Vystačí jí klubíčko na celý šátek, jestliže po osmnácti řadách spotřebovala polovinu klubíčka?



V úloze budeme předpokládat, že na uháčkování jedné mušličky je potřeba vždy stejné množství vlny. Abychom mohli posoudit, zda Soně klubíčko vystačí, potřebujeme spočítat, kolik mušlíček je v prvních 18 řadách a kolik jich je ve zbylých 42 řadách. V prvních 18 jich bude

$$(60 + 59 + 58 + \dots + 45 + 44 + 43) \text{ mušlíček.}$$

Vezmeme-li vždy jedno číslo od konce a jedno od začátku, při jejich spárování do dvojic bude jejich součet vždy roven 103 ($60 + 43 = 103$, $59 + 44 = 103$, $58 + 45 = 103$ a tak dále). Takových dvojic čísel, jejichž součet je vždy 103, bude polovina z celkového počtu čísel, tedy polovina z 18, což je 9. Proto můžeme počet mušlíček spočítat jako součet první a osmnácté řady, který vynásobíme polovinou počtu řad (18 řad, polovina je proto 9). V našem případě dostaneme:

$$p_1 = (60 + 43) \cdot 9 = 927.$$

Obdobně spočítáme i počet mušlíček v posledních 42 řadách. Mohli bychom ho spočítat i jako součet $42 + 41 + 40$ a tak dále až do 1, ale takový postup je zdoluhavý, a proto je výhodnější opět sečíst počet mušlíček v první řadě a poslední řadě (ze 42 posledních řad, kterými se teď zabýváme), tedy $42 + 1$, a tento součet vynásobit polovinou počtu řad (42 řad, polovina je proto 21). Pak dostaneme:

$$p_2 = (42 + 1) \cdot 21 = 903.$$

Soňa už uháčkovala 927 mušlíček a zbývá jí dalších 903. Na uháčkování 927 mušlíček spotřebovala polovinu klubíčka. Zbývá jí ještě druhá půlka klubíčka, ze které může uháčkovat také 927 mušlíček. Potřebuje však uháčkovat pouhých 903 mušlíček, a proto jí klubíčko vystačí na celý šátek.

Jakub Savula
savula@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.