

Úloha VI.1 ... Drbárna

5 bodů; průměr 4,00; řešilo 20 studentů

Ester si v pondělí naplánovala na víkend tajný výlet do Frýdku-Místku a rozhodla se podělit o své tajemství se svými třemi kamarádkami. Následující den každá z těchto kamarádek ono tajemství vyprávěla dalším třem kamarádkám. Tímto stylem to pokračovalo i další dny, přičemž ani Ester, ani kamarádky, které tajemství již jednou rozšířily, jej znovu nikomu neřekly. Kolik lidí bude tajemství znát v pátek?

K řešení našeho příkladu můžeme využít rozmanité postupy. Lze jednoduše použít grafické řešení či zápis dat do tabulky. Pojďme se ale podívat, jak lze při řešení využít znalosti posloupností. Ester řekne své tajemství třem kamarádkám, každá z nich ho poví dalším třem a ty dalším atd. V pondělí se vyzrazením tajemství pomyslně rozjela tzv. *geometrická posloupnost*, tedy posloupnost čísel, kde každé následující je násobkem toho předchozího.

Co jednotlivá čísla v této posloupnosti představují? Jsou to právě počty kamarádek, které se v daný den Esterino tajemství dozvěděly. První den se dozví tajemství 3 dívky. První člen naší posloupnosti je tedy $a_1 = 3$. Druhý každá z těchto 3 kamarádek poví tajemství dalším 3, dozví se ho tedy dalších $a_2 = a_1 \cdot 3 = 9$ dívek. Takto to pokračuje dále, přičemž sousední čísla v posloupnosti se vždy liší o násobek 3. Ten se nazývá *kvocient* a obvykle se značí q .

Máme tedy:

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 3^2, \quad a_3 = 3^3,$$

atd. až po a_5 , neboť to odpovídá počtu dívek, které se tajemství dozví v pátek. Sečtením všech členů naší posloupnosti pak získáme celkový počet kamarádek.

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = 363$$

V pátek tedy bude znát tajemství 363 kamarádek. Samozřejmě by bylo rozumné zahrnout do lidí, kteří tajemství znají, i Ester. Za tímto účelem bychom mohli přičíst vcelku logický člen posloupnosti $a_0 = 1$ a obdržíme jako finální výsledek 364.

Julie Weisová
julca@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.