

Úloha V.E ... Kapesníková

7 bodů; průměr 4,86; řešilo 29 studentů

Robert byl společně s dalšími organizátory Výfuku v čajovně. Při náročném vymýšlení úloh se mu podařilo rozlít kalíšek čaje na stůl tak, že ani trochu nesteklo na zem. Robert ihned vytáhl suchý kapesník a začal čaj utírat. Když kapesník už nic nenasál, Robert ho nechal okapat nad stolem, načež ho přemístil nad kalíšek a vyždímal čaj zpátky do kalíšku. Takto použitý kapesník vyhodil. Zajímalo by ho však, jakou část objemu čaje se mu podařilo zachránit a jaká část zůstala navždy v použitém kapesníku.



Pomozte Robertovi a experimentálně zjistěte, kolik procent objemu tekutiny lze výše popsaným způsobem zachránit. Místo čaje použijte vodu. Pro zvýšení přesnosti měření můžete rozlít větší objem vody a použít více kapesníků. Dejte si však pozor, abyste použitý vyždímaný kapesník vždy hned vyhodili a vodu nasávali novým, suchým kapesníkem.

Podmínky

Měření jsme prováděli při teplotě 22 °C a tlaku 1016 hPa.

Pomůcky

Kapesníky, váha s nejmenším dílkem 0,01 g, voda, kalíšek.

Postup

Zvážíme suchý kapesník a zapíšeme si jeho hmotnost. Dále už budeme vážit v prázdném kalíšku, který umístíme na váhu, kterou vynulujeme. Na rovnou plochu rozlijeme takové množství vody, že po plném nasáknutí kapesníku zbude ještě nějaká voda na stole, abychom měli jistotu, že kapesník již více vody nenasákne. Kapesník necháme nasáknout, zvedneme ho a necháme okapat. Poté ho dáme do kalíšku na váze, čímž zjistíme jeho celkovou hmotnost. Kapesník nyní vyždímáme do kalíšku na váze a zvážíme tak zachráněnou část vody. Poté ještě zvážíme i samotný vymačkaný kapesník, čímž zjistíme, kolik vody v kapesníku zůstalo (nějaká část vody se totiž při vymačkávání ztratila, takže nezůstala v kalíšku ani v kapesníku).

Hmotnost vody, která v kapesníku zůstala, spočítáme jako rozdíl hmotností suchého a vymačkaného kapesníku. Hmotnost veškeré vody, kterou kapesník pojal, spočítáme jako rozdíl hmotností suchého kapesníku a nasáklého okapaného kapesníku. Měření několikrát zopakujeme, výsledky (pro dosažení lepší přesnosti) zprůměrujeme.

Výsledky měření

Hmotnost suchého kapesníku si označíme m_s , hmotnost plně nasáklého okapaného m_p a hmotnost vody, kterou jsme z kapesníku vymačkali do kalíšku, jako m_k . Z těchto údajů rovnou zvládneme spočítat hledaný podíl zachráněné vody ku celkovému množství vody v okapaném kapesníku m_c , neboť počáteční hmotnost nasáklé vody je rozdíl hmotnosti nasáklého kapesníku a hmotnosti suchého kapesníku, tedy $m_c = m_p - m_s$. Podíl zachráněné vody označíme jako e , tj. *efektivita přenosu*, pro kterou pak zřejmě platí:

$$e = \frac{\text{zachráněná}}{\text{nasáklá}} = \frac{m_k}{m_c} = \frac{m_k}{m_p - m_s}.$$

Dále nás zajímá hmotnost vody, která zůstala ve vymačkaném kapesníku, neboť nám dává představu o tom, zda se naše měření příliš nelišila. Tu označíme m_z a vypočítáme ji jako rozdíl hmotností vymačkaného kapesníku m_v a suchého kapesníku m_s , tedy:

$$m_z = m_v - m_s .$$

Uvědomme si, že hmotnost celkové vody není rovna součtu zbytkové vody m_z a vymačkané vody m_k , t.j. $m_z + m_k \neq m_c$. Je to proto, že při vymačkávání se malá část vody ztratila, například nám zůstala na ruku. Množství této „ztracené“ vody označíme m_m a platí pro ni:

$$m_m = m_c - m_k - m_z .$$

Naměřená data a výsledky popsanych početních operací jsou uvedeny v tabulce 1.

měření	$\frac{m_s}{g}$	$\frac{m_p}{g}$	$\frac{m_k}{g}$	$\frac{m_v}{g}$	$\frac{m_c}{g}$	$\frac{m_z}{g}$	e	$\frac{m_m}{g}$
1	1,37	13,07	9,44	3,18	11,70	1,81	0,81	0,45
2	1,41	13,34	9,73	3,27	11,93	1,86	0,82	0,34
3	1,36	14,52	10,78	3,27	13,16	1,91	0,82	0,47
4	1,40	14,22	10,36	3,48	12,82	2,08	0,81	0,38
5	1,41	13,33	9,65	3,40	11,92	1,99	0,81	0,28
6	1,42	13,36	9,50	3,48	11,94	2,06	0,80	0,38
7	1,35	14,11	10,13	3,61	12,76	2,26	0,79	0,37
8	1,42	13,73	9,91	3,55	12,31	2,13	0,81	0,27
9	1,38	13,04	9,02	3,59	11,66	2,21	0,77	0,43
10	1,43	13,79	9,80	3,45	12,36	2,02	0,79	0,54
$\frac{\overline{m}}{g}$	1,40	13,65	9,83	3,43	12,26	2,03	0,80	0,39

Tabulka 1: Naměřená data

Poznamenejme, že má smysl počítat průměrnou efektivitu skutečně jako průměr efektivit jednotlivých kapesníků, a ne z průměrných množství nasáklé vody. Je to proto, že množství vody, které kapesník zvládne nasáknout, je úměrné jeho rozměrům, ale veličina efektivita by měla být obecně vlastnost materiálu, ze kterého je kapesník vyroben. Pokud bychom tedy napřed průměrovali množství vody, a až z toho počítali efektivitu, výsledek by byl ovlivněn rozměry kapesníků, což v našem případě nechceme. Proto počítáme průměrnou efektivitu jako průměr efektivit.

Podobně spočítáme i podíl vody, která v kapesníku navždy zůstala. Vyjde přibližně $m_z/m_c = 0,17$.

Z efektivit přenosu můžeme spočítat výslednou nejistotu měření efektivity, abychom lépe vyjádřili, jak se jednotlivé naměřené hodnoty blíží průměrné hodnotě. Nejistotu získáme ze vzorce:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2},$$

kde N je počet měření, x_i je hodnota i -tého měření a $\bar{x}$ je průměrná naměřená hodnota. Dosazením a výpočtem jsme dospěli k hodnotě zaokrouhlené na jednu platnou číslici $s = 0,01$.

Závěr

Efektivita přenosu vody do kalíšku byla $0,80 \pm 0,01$. To odpovídá v procentech $(80 \pm 1) \%$. V kapesníku naopak zůstalo přibližně 17 % vody, což odpovídá tomu, že se přibližně 3 % ztratila při různých přenosech a ždímání.

Diskuze

Při měření mohlo dojít k chybě například kvůli tomu, že kapesník nebyl zcela okapaný, což následně snižuje množství vody přenesené do kalíšku. V posledním sloupci jsou hodnoty m_m , které udávají, kolik vody se při měření nepřeneslo ani do kalíšku, ani nezůstalo v kapesníku. Jak můžeme vidět, malé množství vody nám zůstalo na rukách nebo ukáplo mimo kalíšek. V našem případě se ovšem nejedná o nepřesnost měření, protože v reálné situaci bude docházet k podobnému jevu také. Protože tedy naše měření mělo postihnout reálnou situaci, neměli bychom se snažit tento efekt eliminovat.

Během měření samozřejmě mohlo docházet i k dalším chybám, které ovšem nejspíš měly menší vliv, například nepřesnost použité váhy nebo třeba také uchopení kapesníku, které nemůžeme provést v každém případě stejně a ovlivníme tím množství vody, které nám poté zůstane na rukou. Zároveň bychom také měli dodat, že výsledky našeho měření platí pro námi použité kapesníky a že pro jiné kapesníky nejspíš budou mírně odlišné.

Jakub Savula
savula@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.