

Úloha V.1 ... Ztráty a nálezy

5 bodů; průměr 4,15; řešilo 13 studentů

Vladi si na FYKOSí soustředění vozí čtyři propisky (červenou, zelenou, černou a modrou) a na každém soustředění ztratí tři z nich. Jaká je pravděpodobnost, že se s ní po čtyřech soustředěních vrátí domů tatáž červená propiska, se kterou vyrážela na první?

I když Vladi už na FYKOSí soustředění nejedzí a propisky má jen černé a bílo-oranžové, tedy ty výfučí, pojďme se podívat na řešení.

Protože Vladi ztratí 3 propisky ze 4, zůstane jí právě jedna. Vladi ztrácí propisky bez ohledu na jejich barvu, z původních 4 jí zůstane jedna náhodná. Pravděpodobnost, že jí po 1. soustředění zůstane červená propiska, je proto $p_1 = 1/4 = 0,25$, což odpovídá 25 %.

Když Vladi pojede na 2. soustředění, bude mít tu samou červenou propisku s pravděpodobností $p_1 = 0,25$. Na tomto 2. soustředění zase tři ztratí a jedna náhodná jí zůstane. Pravděpodobnost, že jí po dvou soustředěních zůstane ta samá červená propiska je proto $p_2 = p_1/4 = 0,25/4 = 0,0625$.

Vladi absolvuje ještě dvě další soustředění a po každém z nich jí zůstane ona červená propiska vždy se čtvrtinovou pravděpodobností z pravděpodobnosti, se kterou jí zůstala z předchozího soustředění.

Po 3. soustředění bude mít tu samou červenou propisku s pravděpodobností

$$p_3 = \frac{p_2}{4} = \frac{0,0625}{4} = 0,015625.$$

Po 4. soustředění bude mít tu samou červenou propisku s pravděpodobností

$$p_4 = \frac{p_3}{4} = \frac{0,015625}{4} = 0,00390625,$$

což odpovídá 0,39 %.

Vladi bude mít po čtyřech soustředěních tu samou červenou propisku s pravděpodobností 0,39 %.

Výše jsme jen podrobněji rozebrali úvahu, že z každého soustředění si Vladi přiveze onu červenou propisku se čtvrtinovou pravděpodobností, s jakou si ji přiveze z předchozího. Na 1. soustředění si ji přivezla se 100% pravděpodobností, tedy $p_0 = 1$. Celkový výsledek proto získáme jako $p = \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = 0,0039$.

Jakub Savula
savula@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.