

Úloha IV.V ... Pod drobnohledem

7 bodů; průměr 4,23; řešilo 13 studentů

Výfuček se jako nadšený astronom jednoho jasného dne rozhodl vytvořit si vlastní dalekohled. Rozhodl se pro Newtonův typ, jelikož mu čočkové dalekohledy přišly na konstrukci moc jednoduché. Při výrobě si však zapomněl poznamenat všechny parametry dalekohledu. Jediné, na co si vzpomněl, byl zorný úhel okuláru $\text{fov} = 50^\circ$ a světelnost $f/5$ (tedy $S = 1/5$). Výfuček však nechtěl odbíhat od pozorování pro pravítko, a proto se rozhodl chybějící údaje změřit pozorováním noční oblohy.

1. Nejprve namířil dalekohled na nebeský rovník. Pozorované pole zcela zmizelo za $\Delta t = 1 \text{ min}$. Jaké je zvětšení dalekohledu?
 2. Poté spatřil dvojhvězdu, která se v dalekohledu již téměř jevila jako jeden samostatný zdroj světla. Vyhledal si, že skutečná úhlová vzdálenost obou složek dvojhvězdy je $\alpha = 0,35''$. Z doposud známých údajů určete průměr a ohniskovou vzdálenost objektivu a ohniskovou vzdálenost okuláru.
 3. Výfučka dvojhvězda natolik zaujala, že se ji rozhodl vyfotit. Jakou největší velikost může mít strana jednoho pixelu kamery (pixely mají tvar čtverce), aby bylo na fotografii možné rozpoznat jednotlivé složky dvojhvězdy? Kamera je nejcitlivější klasicky v části spektra odpovídající viditelnému světlu.
1. Čas, za který nám obraz pozorovaný v dalekohledu zmizí z okuláru, úzce souvisí se zorným polem dalekohledu. To můžeme vyjádřit dvěma způsoby:

$$\text{FOV} = \Delta t \cdot \omega = \frac{\text{fov}}{\gamma},$$

kde ω je úhlová rychlost rotace Země (tedy úhlová rychlost pohybu oblohy) a γ je hledané zvětšení dalekohledu. Vyjádříme si jej tedy:

$$\gamma = \frac{\text{fov}}{\Delta t \omega}.$$

Úhlovou rychlost ω ještě musíme vyjádřit:

$$\gamma = \frac{\text{fov}}{\Delta t} \frac{23 \text{ h } 56 \text{ min}}{360^\circ} = \frac{50^\circ \cdot 1436 \text{ min}}{360^\circ \cdot 1 \text{ min}} \doteq 200.$$

Výfuček tedy pozoruje objekty 200krát zvětšené oproti pozorování pouhým okem.

2. Jestliže Výfuček ještě sotva rozliší oba objekty, můžeme jejich úhlovou vzdálenost považovat za rozlišovací schopnost. Kdyby si hvězdy byly být jen o trochu blíž, Výfuček už by je od sebe nemohl rozeznat a splynuly by v jeden jediný světelný bod. Pro rozlišovací schopnost platí (pokud předpokládáme, že Výfuček je citlivý na viditelné světlo stejně jako my):

$$\Theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \alpha,$$

z čehož získáme:

$$D = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{\alpha} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 3600''}{0,35'' \cdot 1^\circ} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \doteq 0,4 \text{ m}.$$

Ze světelnosti dalekohledu si pak snadno odvodíme ohniskovou vzdálenost objektivu:

$$S = \frac{D}{f_1}$$

$$f_1 = \frac{D}{S} = 5 \cdot 0,4 \text{ m} = 2 \text{ m}.$$

Ze zvětšení následně získáme i ohniskovou vzdálenost okuláru

$$\gamma = \frac{f_1}{f_2},$$

$$f_2 = \frac{f_1}{\gamma} = \frac{2 \text{ m}}{200} = 10 \text{ mm}.$$

3. Úhel, který dopadá na jeden pixel, by měl odpovídat již zmíněné rozlišovací schopnosti, čili $\Theta = 0,35''$. Tento úhel můžeme také vyjádřit jako FOV jednoho pixelu, platí tedy vztah:

$$\Theta = \frac{x}{f_1} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$x = \Theta f_1 \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{0,35^\circ}{3600} \cdot 2 \text{ m} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \doteq 3,4 \mu\text{m},$$

kde jsme využili toho, že $1''$ odpovídá $1^\circ/3600$. Náš výsledek přibližně odpovídá velikostem pixelů čipů dnešních klasických fotoaparátů. Dvojhvězdu bychom však v nejlepším případě mohli vyfotit jako dva jasné pixely vedle sebe. O menších pixelech a tím pádem větším rozlišení ale již v tomto případě nemá cenu uvažovat, jelikož výsledný obraz bude stále limitován rozlišovací schopností dalekohledu.

Tomáš Patsch
patscht@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.