

Úloha IV.4 ... Dobře vychlazená Kofola 6 bodů; průměr 4,63; řešilo 30 studentů

Viktor chtěl na schůzce organizátorů čepovat Kofolu, ale porouchalo se mu výčepní zařízení. Proto se rozhodl, že si vytvoří improvizované chladičí zařízení z kbelíku s vodou a ledem. Do vědra nalil 5 l ledové vody o teplotě $t_v = 5^\circ\text{C}$ a 5 kg ledu o teplotě $t_l = -15^\circ\text{C}$. Následně do něj ponořil nápojové vedení a začal točit Kofolu. Kolik Kofoly zvládne natočit, než se obsah kbelíku příliš ohřeje? Uvažujeme zjednodušený model, ve kterém zanedbáme všechny tepelné ztráty do okolí. Dále budeme předpokládat, že chlazení bude probíhat do té doby, dokud bude mít obsah kbelíku nižší teplotu než vychlazená Kofola (o teplotě rovněž $t_v = 5^\circ\text{C}$). Počítejte s tím, že led se bude průběžně rozpouštět. Počáteční teplota Kofoly je $t_0 = 25^\circ\text{C}$. Předpokládejte, že Kofola má stejné tepelné vlastnosti jako voda a dohledejte si potřebné konstanty.

Úlohu budeme řešit přes změny energie v podobě tepla – zamysleme se tedy, jak se energie uvolňuje, spotřebovává a mění. V kbelíku máme nějaké množství vody a ledu a chceme, aby nám tato soustava chladila Kofolu na teplotu, která je rovna teplotě vody v kbelíku. Je tedy zřejmé, že samotná voda v kbelíku se na chlazení vůbec nebude podílet. Budeme tedy chtít vypočítat, kolik energie je potřeba dodat ledu, aby se ohřál na teplotu tání, roztál a následně se ohřál na teplotu vody v kbelíku – toto teplo dodá Kofola, čímž se ochladí. Pro ohřev ledu na teplotu tání bude potřeba teplo

$$Q_1 = m_l c_l \Delta t = m_l (0^\circ\text{C} - t_l),$$

kde $m_l = 5\text{ kg}$ je hmotnost ledu, $c_l = 2100\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ je měrná tepelná kapacita ledu, kterou najdeme na internetu nebo v tabulkách, a Δt je změna teploty – v našem případě z původní teploty t_l na teplotu tání. Další část tepla se spotřebuje na roztání ledu. Tuto hodnotu vypočteme jako

$$Q_2 = m_l \cdot l,$$

kde $l = 334\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ je měrné skupenské teplo tání ledu. Tímto se z ledu stane voda o teplotě 0°C – to je stále nižší hodnota než t_v , tedy ještě může přijmout teplo a ochladit tím Kofolu. Teplo Q_3 vypočteme analogicky k teplu Q_1 jako

$$Q_3 = m_l \cdot c_v \cdot \Delta t = m_l \cdot c_v (t_v - 0^\circ\text{C}),$$

kde $c_v = 4200\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ je měrná tepelná kapacita vody.

Aby docházelo ke chlazení na požadovanou teplotu, může led přijmout teplo

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m_l (c_l (0^\circ\text{C} - t_l) + l + c_v (t_v - 0^\circ\text{C})),$$

které odebere z Kofoly. Teď už jen vypočteme, kolik Kofoly se ochladí na požadovanou teplotu, když jí toto množství tepla odebereme. Kofolu můžeme považovat přibližně za vodu, a tak platí

$$Q = m_K \cdot c_v \cdot (t_0 - t_v),$$

čímž získáváme rovnici

$$m_l (c_l (0^\circ\text{C} - t_l) + l + c_v (t_v - 0^\circ\text{C})) = m_K \cdot c_v \cdot (t_0 - t_v).$$

Nyní již jen vyjádříme hledanou hmotnost m_K jako

$$m_K = \frac{m_l (c_l (0^\circ\text{C} - t_l) + l + c_v (t_v - 0^\circ\text{C}))}{c_v \cdot (t_0 - t_v)}.$$

Když dosadíme všechny hodnoty, dojdeme k výsledku

$$m_K = \frac{5 \text{ kg} \cdot (2\,100 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 15^\circ\text{C} + 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + 4\,200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 5^\circ\text{C})}{4\,200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 20^\circ\text{C}}$$
$$m_K \doteq 23 \text{ kg}.$$

Viktor tedy dovede s improvizovaným zařízením vychladit asi 23 kg Kofoly, což odpovídá přibližně 23 litrům.

Lukáš Linhart
lukasl@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.