

Úloha III.E ... Voda plná napětí

7 bodů; průměr 4,70; řešilo 27 studentů

Kapaliny se od plynů liší tím, že zatímco plyny se snaží rozprostřít do celého objemu nádoby, ve které se nachází, kapaliny se naopak shlukují do kapek. Příčinou tohoto shlukování jsou takzvané *povrchové síly*, které matematicky popisujeme pomocí veličiny nazývané *povrchové napětí*. Povrchové napětí se značí σ a je definováno jako množství práce ΔW , kterou musíme vykonat, abychom povrch kapaliny zvětšili o jednotkovou plochu $\Delta S = 1 \text{ m}^2$, tedy:

$$\Delta W = \sigma \Delta S$$

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S}.$$



V praxi to znamená, že kapaliny s velkým povrchovým napětím (například rtuť) se snaží tvořit takové kapky, které mají co nejmenší povrch, což platí pro kapky ve tvaru kuliček.

Dalším příkladem je pak velikost kapek při odkapávání. Při oddělení kapky od zbytku kapaliny se totiž zvětší celkový povrch kapaliny (můžete si to představit tak, že jedna větší kapka má menší povrch než dvě menší kapky dohromady) a síla, která tuto změnu zajišťuje a tedy i koná práci, je tíha kapek. Větší povrchové napětí pak znamená větší kapky. Konkrétně se dá odvodit vztah:

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d},$$

kde m je hmotnost jedné kapky, g je tíhové zrychlení a d je průměr krčku kapky těsně před odkápnutím, který můžeme aproximovat průměrem otvoru, ze kterého kapalinu odkapáváme.

Měření povrchového napětí s využitím tohoto vztahu se nazývá *kapková metoda*. Pomocí této metody změřte povrchové napětí vody.

Teorie

Povrchové napětí vody budeme měřit nepřímou pomocí kapkové metody, popsané v zadání. Použijeme vzorec, podle kterého pro povrchové napětí platí:

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}, \quad (1)$$

kde tíhové zrychlení g a hodnota π jsou v našem měření konstanty a hmotnost kapky m a průměr otvoru d , kterým aproximujeme průměr krčku před odkápnutím, budeme měřit. Hmotnost kapky určíme tak, že zvážíme více kapek a naměřenou hodnotu vydělíme jejich počtem. Tím dosáhneme větší přesnosti, než kdybychom se pokoušeli změřit hmotnost jen jedné kapky. Protože voda je kapalina, změříme objem většího počtu kapek a pak z tabulkové hodnoty hustoty při teplotě našeho měření a naměřeného objemu spočítáme hmotnost. Průměr tenkého otvoru změříme pomocí jehly na šití. Protože jehla se zužuje postupně, stačí najít takovou jehlu, která se do otvoru vejde jen částečně. Poté pomocí mikrometru změříme průměr nejsilnějšího místa jehly, které se nám do otvoru ještě povedlo zasunout. Měření pro větší přesnost provedeme vícekrát.

Podmínky

Měření jsme prováděli při teplotě 22°C a tlaku 103 kPa na území České republiky.

Pomůcky

Voda, nádoba s malým kulatým otvorem – v našem případě injekční stříkačka, malý odměrný válec, jehla na šití, kterou lze do malého kulatého otvoru zasunout jen částečně, lihová fixa, mikrometr.

Postup

1. Jehlu jsme zlehka zčásti zastrčili do malého kulatého otvoru, lihovou fixou jsme si označili místo, které se do otvoru ještě vešlo, a jehlu vyndali.
2. V označeném místě jsme pomocí mikrometru změřili průměr jehly.
3. Měření průměru otvoru jsme pro dosažení větší přesnosti zopakovali celkem pětkrát.
4. Do odměrného válce, který má nejmenší dílek o velikosti 0,1 ml, jsme nakapali z injekční stříkačky tolik kapek vody, že spodní hladina vody v odměrném válci dosáhla hodnoty 1 ml.
5. Celkovou hmotnost kapek jsme spočítali jako součin objemu kapek (1 ml) a hustoty vody při 22 °C (teplotě našeho měření). Pro získání hmotnosti jedné kapky jsme celkovou hmotnost kapek vydělili jejich počtem.
6. Naměřené a vyhledané hodnoty m , g a d jsme dosadili do vzorce (1) pro výpočet povrchového napětí σ . Tímto výpočtem jsme zjistili hodnotu povrchového napětí vody při teplotě 22 °C.

Výsledky

Hodnoty, které jsme naměřili, jsou uvedeny v tabulce 1.

n	$\frac{d}{\text{mm}}$
1	2,50
2	2,49
3	2,51
4	2,52
5	2,51
průměr	2,51

Tabulka 1: Průměr otvoru d

Směrodatnou odchylku průměru získáme ze vzorce:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2},$$

kde N je počet měření, x_i je hodnota i -tého měření a $\bar{x}$ je průměrná naměřená hodnota. Po dosazení a zaokrouhlení jsme získali výsledek $s = 0,005$ mm. Tuto chybu ještě musíme sečíst s chybou měřidla. V našem případě mikrometr měří s přesností na 0,01 mm, chyba je tedy 0,005 mm. Tuto chybu přičteme¹ k směrodatné odchylce a zjistíme, že vnitřní průměr otvoru, ze kterého odkapáváme vodu, je $(2,51 \pm 0,01)$ mm.

Hmotnost kapky m Kapek jsme v jednom mililitru napočítali 20. Objem jedné kapky proto byl 0,05 ml. Protože nejmenší dílek na našem odměrném válci měl velikost 0,1 ml, byla chyba měření objemu všech dvaceti kapek polovina tohoto dílku, tedy 0,05 ml. Chybu měření objemu jedné kapky pak získáme vydělením hodnoty 0,05 ml počtem kapek, tedy 20. Chyba měření objemu jedné kapky tedy byla po zaokrouhlení $3 \cdot 10^{-3}$ ml. Hmotnost kapky pak spočítáme jako součin objemu jedné kapky a hustoty vody při teplotě 22 °C $\rho = 998$ kg·m⁻³. Tak získáme hmotnost jedné kapky $m = (50 \pm 3)$ mg, přičemž chybu jsme získali opět vynásobením chyby objemu hustotou vody.

Výpočet povrchového napětí σ Měřením, výpočty a hledáním v tabulkách jsme došli k následujícím hodnotám:

$$\begin{aligned} m &= (5,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-5} \text{ kg} \\ d &= (2,51 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ g &= 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

Dosazením do vzorce pro výpočet povrchového napětí σ získáme:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{5,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{\pi \cdot 2,51 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \\ \sigma &= 62 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}. \end{aligned}$$

Ještě by bylo dobré spočítat chybu tohoto vypočítaného výsledku. Z pravidel pro počítání chyb vyplývá, že pokud se výsledná veličina počítá jako součin nebo podíl, tak sčítáme relativní chyby. Neboli:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \sigma}{\sigma} &= \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} \\ \Delta \sigma &= 4 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}. \end{aligned}$$

Změřili jsme tedy, že povrchové napětí vody je rovno přibližně $(62 \pm 4) \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Diskuze

Tabulková hodnota povrchového napětí vody je rovna $\sigma_t = 72,75 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Námi změřené povrchové napětí je tedy poměrně menší než skutečná hodnota. I když naše měření bylo zatíženo relativně velkou chybou, způsobenou z velké části nepřesným určením objemu jedné kapky, stále je na základě naší vypočítané chyby námi změřená hodnota menší, než bychom čekali.

¹V praxi se obvykle tyto chyby kombinují jiným způsobem, zde se však spokojíme s prací s tzv. *hrubými chybami*, které se sčítají právě tímto jednoduchým způsobem.

Je to hlavně proto, že při odkapávání vody měl krček kapky těsně před odkápnutím o něco menší průměr než otvor, jehož průměr jsme použili. Ze vzorce pro výpočet povrchového napětí je jasné, že pokud by se nám podařilo tento menší průměr změřit, tak bychom pravděpodobně dostali vyšší hodnoty σ a více bychom se přiblížili tabulkové hodnotě.

Mezi další zdroje chyb patří, že jsme v našem měření použili obyčejnou kohoutkovou vodu, ve které je rozpuštěné nezanedbatelné množství solí a dalších látek, zatímco tabulkové hodnoty jsou stanovovány pro čisté látky (tedy pro destilovanou vodu). I přes odchylku námi naměřené hodnoty od tabulkové hodnoty je naše měření cenné. Vždyť se nám povedlo určit povrchové napětí blízke tabulkové hodnotě, a to jen s použitím experimentálního vybavení, které máme doma.

Závěr

Změřili jsme povrchové napětí vody pomocí kapkové metody a získali jsme hodnotu $\sigma = (62 \pm 4) \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Pozorovali jsme odlišné chování od námi idealizovaného stavu a vysvětlili jsme tak odchylku našeho měření od tabulkové hodnoty.

Jakub Savula
savula@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.