

Úloha I.4 ... Odporná struna

6 bodů; průměr 4,45; řešilo 101 studentů

Bětka jednou cvičila na housle tak náruživě, až jí praskla jedna struna. Koupila si tedy novou, ocelovou. Při rozbalení ji napadlo změřit její elektrický odpor v nenataženém stavu a po napnutí na housle. Napnutím se struna prodlouží o 1% své původní délky. Jaký odpor napnuté struny Bětka změřila, když u nenapnuté struny délky 32 cm a poloměru 0,25 mm naměřila odpor 163,0 mΩ? Uvažujte, že napnutím se nezměnila hustota struny, změnil se pouze její tvar.



Struna má tvar dlouhého válce. Její odpor lze určit pomocí vztahu pro odpor drátu

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S},$$

kde ρ je jeho měrný odpor, tzv. rezistivita, l délka drátu a S plocha jeho průřezu. Potřebujeme tedy zjistit hodnotu ρ struny a její délku a plochu průřezu po napnutí.

Klíčovou informací je pro nás to, že hustota struny je stále stejná, změnil se pouze její tvar. Vzhledem k tomu, že hmotnost struny se určitě nezměnila, je i její objem po natažení stejný jako v nenapnutém stavu. Můžeme tak psát

$$V_1 = V_2,$$

přičemž index 1 značí objem před napnutím a 2 po napnutí.

Aby se při natažení objem zachoval, musí se změnit nejen délka, ale i průřez drátu. Objem drátu se vypočítá podle vztahu pro objem válce:

$$V = l \cdot S,$$

kde l je jeho délka a S plocha jeho průřezu.

Podmínku zachování objemu lze zapsat jako

$$S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot l_2. \quad (1)$$

Délka struny se zvětší o 1%. Výsledná délka po natažení je tedy $1,01 \cdot l_1$. (1% odpovídá hodnotě 0,01, zvětšení o 1% pak odpovídá $1 + 0,01 = 1,01$.) Ze vztahu (1) lze vyjádřit plochu průřezu struny po natažení jako

$$S_2 = S_1 \cdot \frac{l_1}{l_2} = S_1 \cdot \frac{l_1}{1,01 \cdot l_1} = S_1 \cdot \frac{1}{1,01}.$$

Jediný parametr, který zatím neznáme, je měrný elektrický odpor ρ . Ten ale můžeme určit ze známých parametrů pro nenataženou strunu (označme ji stejně jako u objemu indexem 1), neboť platí

$$R_1 = \rho \cdot \frac{l_1}{S_1}. \quad (2)$$

Rezistivitu pak můžeme vyjádřit ze vztahu (2) jako

$$\rho = R_1 \cdot \frac{S_1}{l_1}$$

a dosadit včetně vyjádření plochy průřezu do vztahu pro odpor napnuté struny (označíme ji analogicky indexem 2):

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{S_1}{l_1} \cdot \frac{l_2}{S_1 \cdot \frac{1}{1,01}} = R_1 \cdot \frac{1}{l_1} \cdot \frac{1,01 \cdot l_1}{\frac{1}{1,01}},$$
$$R_2 = 1,01^2 \cdot R_1 = 1,01^2 \cdot 0,163 \Omega = 166,28 \text{ m}\Omega.$$

Nejprve uvědomíme, že ve zlomcích můžeme zkrátit S_1 a že l_2 můžeme rozepsat jako $1,01 \cdot l_1$. V druhém kroku zkrátíme l_1 a upravíme složený zlomek.

Bětka po napnutí struny naměřila odpor $166,28 \text{ m}\Omega$. Zajímavé je, že tento odpor vůbec nezávisí na počátečních rozměrech struny, ale pouze na tom, jak moc jsme ji natáhli a na jejím původním odporu. Na závěr si také všimněme, že díky prodloužení délky a zmenšení průřezu se odpor zvětšil.

Alžběta Andrášková

betka@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.