

Úloha I.1 ... Kombinatorická vejce

5 bodů; průměr 4,10; řešilo 41 studentů

Výfuček se rozhodl, že Luborovi upeče k narozeninám dort. Koupil si krabici šesti totožných vajec seřazených ve dvou řadách po třech. Rozmístění vajec ho zaujalo a začal uvažovat nad tím, která vejce by mohl odebrat, aby se neposunulo těžiště celé krabičky. Pomozte Výfučkovi a určete všechny možné kombinace odebraných vajec. Proč jiné kombinace nepřichází v úvahu?

Nejprve si musíme rozmyslet, kde je těžiště původně. Těžiště idealizované krabice naplněné šesti totožnými vejci bude uprostřed krabice (tedy v jejím středu souměrnosti). Abychom zachovali polohu těžiště, musíme vejce odebírat tak, aby rozmístění vajec v krabici zůstalo středově souměrné podle stejného bodu. Pokud tedy odebereme například vejce z pravé řady nahoře, musíme současně odebrat vejce i z levé řady dole. Tak dojdeme k výsledku, že vejce můžeme odebrat 7 různými způsoby (3 způsoby, jak odebrat 2 vejce, 3 způsoby, jak odebrat 4 vejce, a 1 způsob, jak odebrat všech 6 vajec). Je ovšem trochu sporné, zda bychom měli počítat možnost, že odebereme všechna vejce, neboť poté žádné těžiště existovat nebude (pokud bychom uvažovali, že krabice je nehmotná). Většina krabic na vejce je však symetrická tak, že jejich těžiště je skutečně v jejich středu, proto se nedopustíme žádné zásadní nepřesnosti, když budeme krabici uvažovat hmotnou a variantu s odebráním všech 6 vajec jako správné řešení úlohy.

Níže je graficky vyjádřeno všech 7 řešení. Odebraná vejce jsou znázorněna prázdným políčkem.

1		3		2	3	1	2			2	
4		6		4	5		5	6		5	

1					3						
		6		4							

Jak by se dala tato úloha vyřešit ve větším měřítku? Jistě si dokážete představit, že kdybychom měli větší plato vajec, za určitých okolností bychom pak mohli odebrat i vejce, jejichž polohy nejsou středově souměrné – například jedno vejce z okraje krabice a dvě, která se nachází na druhé straně od středu souměrnosti, ale podstatně blíže k tomuto bodu. Z fyzikálního hlediska tento jev popisuje veličina nazvaná moment síly M . Jeho velikost určuje otáčivý účinek síly (v našem případě tíhové síly vejce) na těleso (krabice s vejci). Pro výpočet momentu síly platí: $M = Fd$, kde F je působící síla a d kolmá vzdálenost jejího působíště od osy otáčení tělesa. Jedná se o vektorovou veličinu (tzn. má působíště a směr) a její vektory můžeme navzájem sčítat. Pokud bude výsledný vektor nulový, těleso se otáčet nebude (to platí pro krabici s těžištěm uprostřed), v opačném případě se otáčet bude (např. krabice s jedním vejcem umístěným mimo těžiště). S těmito znalostmi už bychom byli schopni vyřešit úlohu i pro větší krabici s větším počtem vajec, bylo by to ale značně pracnější.

Veronika Bartáková
vercab@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.