

Úloha VI.E ... Jezdi podle předpisů

7 bodů; průměr 6,00; řešilo 19 studentů

Změřte **průměrnou** rychlost (myšlena jako podíl celkové vzdálenosti a celkového času) libovolného druhu transportního zařízení někde ve vašem okolí. Změřenou hodnotu porovnejte s hodnotou určenou např. dopravní značkou pro daný úsek silnice nebo jiným předpisem či nařízením a pokuste se vysvětlit případné odlišnosti.



Jako transportní zařízení můžete použít vše od aut přes koně až po eskalátor. Také nezapomeňte uvést, které záchytné body jste použili k naměření vzdálenosti. Pokuste se také odhadnout nepřesnosti měření.

Teorie

Průměrnou rychlost, tedy podíl celkové uražené vzdálenosti s celkovým časem Δt , můžeme vyjádřit vzorcem

$$v = \frac{s}{\Delta t}.$$

Jelikož budeme sledovat dopravní prostředky, je dobré určit pevně daný úsek, na kterém budeme měřit čas projetí auta. K tomu nejlépe slouží význačné body jako sloupy osvětlení, patníky či brány na měření rychlosti. Celkovou dráhu můžeme změřit přímo (určíme vzdálenost mezi sloupy) nebo externě (vykreslíme trasu na online mapách). Výslednou rychlost porovnáme s maximální povolenou rychlostí, což je v našem případě ve městě $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Naše měření je samozřejmě zatíženo chybami. U měření dráhy je to nepřesnost změření vzdálenosti σ_s , daná naším měřicím přístrojem, a v případě času máme hned dva zdroje chyb. Prvním je fakt, že ani v konkrétní čas nejezdí všechna auta stejně rychle, proto výsledný čas počítáme jako aritmetický průměr časů pro více aut. Nejistota aritmetického průměru se někdy nazývá *nejistota typu A* σ_t^a a vypočítá se jako:

$$\sigma_t^a = \sqrt{\frac{\text{součet druhých mocnin odchylek od průměru}}{N \cdot (N - 1)}}.$$

Odchylkou od průměru rozumíme rozdíl naměřeného času a vypočítaného aritmetického průměru, tento rozdíl provádíme pro všechny naměřené časy a odchylky pak sčítáme.

Dále je každé měření zatíženo chybou danou reakčním časem (opožděné zmáčknutí stopek v důsledku zpomalené reakce člověka). Někdo by si mohl myslet, že stopky mačkáme dvakrát, takže musíme i reakční čas započítat dvakrát. Problém je, že reakční čas není „hezka chyba“, neboť může být pouze kladný (stopky zmáčkne vždy o trochu později). To, že stopky mačkáme dvakrát, způsobí, že výsledná chyba je rozdíl dvou zpožděných reakcí a tento rozdíl už může být kladný i záporný, čímž získáme „hezskou chybu“. Chybu způsobenou měřicími přístroji σ_t^b označujeme jako *nejistota typu B*.

Nyní musíme všechny nejistoty zkombinovat dohromady a vypočítat výslednou nejistotu rychlosti. Ze statistiky plyne, že naše dvě nejistoty výsledného času sčítáme pomocí Pythagorovy věty:

$$\sigma_t = \sqrt{(\sigma_t^a)^2 + (\sigma_t^b)^2}.$$

Rychlost se vypočítá jako podíl dráhy a času a pro součin nebo podíl platí, že nejistota výsledku je dána součtem relativních nejistot (podíl nejistoty a hodnoty dané veličiny), přičemž součet opět provádíme pomocí Pythagorovy věty.

$$\sigma_v = v \cdot \sqrt{\frac{\sigma_t^2}{\Delta t^2} + \frac{\sigma_s^2}{s^2}}.$$

Měření

Budeme měřit průměrnou rychlost aut na části pražské magistrály viditelné z kolejí 17. listopadu. Podle online map jsme určili vzdálenost $s = (170 \pm 5)$ m. K měření času jsme použili stopky, jejichž nejistota se odvíjí od lidského reakčního času $\sigma_t^b = 0,3$ s.

Měření jsme provedli ve stejný den pro tři různé časy.

	$\frac{t}{s}$		
	10:00	13:00	16:00
1	10,1	12,5	11,2
2	9,8	12,7	11,5
3	10,8	12,2	10,9
4	10,0	12,9	10,8
5	10,2	11,9	11,3
$\frac{t_p}{s}$	10,2	12,4	11,1
$\frac{\sigma_t^a}{s}$	0,2	0,2	0,1
$\frac{v}{\text{km} \cdot \text{h}^{-1}}$	60,1	49,2	54,9

Tabulka 1: Čas projetí vzdálenosti s pro jednotlivé denní doby

V tab. 1 jsou vyznačeny naměřené časy i s průměrným časem a výslednou rychlostí.

Můžeme tedy dopočítat výslednou nejistotu k průměrným rychlostem a určit výsledek:

$$v_{10} = (60 \pm 5) \text{ km} \cdot \text{h}^{-1},$$

$$v_{13} = (50 \pm 3) \text{ km} \cdot \text{h}^{-1},$$

$$v_{16} = (55 \pm 4) \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Diskuze

Rychlost auta se odvíjí od mnoha faktorů. Velkou roli hraje „plnost“ silnice, pokud je na silnici méně aut, můžeme předpokládat vyšší rychlost, zatímco při velkém počtu aut může dojít k dopravní zácpě a výraznému snížení rychlosti. Samotný počet aut se odvíjí od času, např. kolem 8 hodiny ránní je na silnici více aut kvůli přesunu do práce, stejně tak v 5 odpoledne. Oproti tomu o půlnoci bývají silnice prázdné. Tento vliv se nám podařilo potvrdit.

Závěr

Pro různé denní doby jsme naměřili rychlosti a zjistili, že řidiči pravidelně překračují maximální rychlost v Praze, tedy $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Patrik Kašpárek
patrik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.