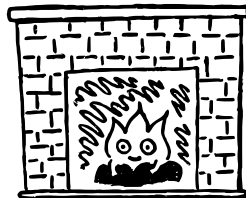


Úloha V.5 ... Uhlí patří pod zem

7 bodů; průměr 6,36; řešilo 14 studentů

Lubor jednoho zimního večera odpočíval u krbu a sledoval, jak v něm hoří uhelné brikety. Zamyslel se při tom, jakým způsobem se vlastně těží uhlí a jak asi bylo hluboko pod zemí. Představte si tedy hlubinný důl s hloubkou h metrů, ve kterém se těží uhlí. Černé uhlí má průměrnou výhřevnost $25 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.



1. Spočítejte, jaká by byla teoreticky maximální hloubka dolu, aby se vyplatilo uhlí těžit jako zdroj energie (tj. aby vytěžená energie byla větší než energie spotřebovaná na těžbu). Uhlí jsme schopni dopravovat z dolu s 10% účinností a na vytěžení 1 kg paliva spotřebujeme energii 500 kJ.
2. Doly však většinou bývají zatopené spodní vodou a tuto vodu je nutné odčerpávat, aby mohla probíhat těžba. Určete, jak se změní maximální hloubka dolu h , jestliže budeme uvažovat, že na každý vytěžený kilogram uhlí je potřeba odčerpat 10 kilogramů vody a účinnost čerpání je 5%.

Zkuste porovnat své výsledky s reálnou hloubkou některých dolů a zamyslete se, z jakých důvodů se tyto hodnoty liší.

1. Označme si $H = 25 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ průměrnou výhřevnost uhlí. Ve vytěženém uhlí o hmotnosti m je pak uložena energie Q :

$$Q = Hm.$$

Podobně na vytěžení 1 kg uhlí potřebujeme energii ε , proto pro určité množství uhlí o hmotnosti m spotřebujeme:

$$Q_1 = \varepsilon m.$$

Vytěžené uhlí je ještě potřeba dopravit na povrch, musíme tedy vynaložit práci:

$$W = mgh,$$

přičemž energii na práci měníme s účinností $\eta = 0,1$, proto musíme na přepravu dodat energii:

$$Q_2 \cdot \eta = mgh \quad \Rightarrow \quad Q_2 = \frac{mgh}{\eta}.$$

Největší možná hloubka, ze které se nám vyplatí uhlí těžit, je pak taková, aby energie uložená v uhlí plně pokryla energetické požadavky na těžbu a přepravu, neboli:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2, \\ Hm &= \varepsilon m + \frac{mgh}{\eta}, \\ h &= \frac{\eta(H - \varepsilon)}{g} \doteq 250 \text{ km}. \end{aligned}$$

2. Použijeme výsledek získaný z předchozí úlohy, jen k energetickým požadavkům musíme přičíst přepravu vody o desetinasobné hmotnosti oproti uhlí s účinností $\eta' = 0,05$. Tím dostaneme:

$$Hm = \varepsilon m + \frac{mgh'}{\eta} + \frac{10mgh'}{\eta'},$$
$$h' = \frac{H - \varepsilon}{g} \cdot \frac{\eta\eta'}{\eta' + 10\eta} = \frac{h}{21} \doteq 12 \text{ km}.$$

Se započítáním přepravy vody se tedy teoretická maximální hloubka dolu snížila na pouhých 12 kilometrů. Tak hluboké ovšem doly v praxi nikdy nebyly, protože k těžbě uhlí je jako výrobní faktor nezbytná také lidská práce, jejíž užití s sebou nese minimálně náklady obětované příležitosti. Proto je v praxi vedle čistě energetické bilance důležitá i bilance ekonomická.

Jiří Kohl
jirkak@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.