

Úloha V.4 ... Yeet

6 bodů; průměr 4,88; řešilo 16 studentů

Jak rychle by se musela otáčet Země, abychom z ní odletěli? Jinými slovy, jaká by musela být rychlost její rotace, aby odstředivé síly překonaly gravitační sílu na jejím povrchu? Počítejte, že Země je dokonalou homogenní koulí, na jejímž rovníku stojíme a která rotuje podle osy pólů a jejíž gravitační zrychlení je neměnné. Poloměr a hmotnost Země je pak také konstantní – počítejte s hodnotami $r = 6371 \text{ km}$ a $M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Výsledek vyjádřete pomocí hmotnosti Země (tj. neodkazujte se pouze na známou hodnotu gravitačního zrychlení) a následně rychlost vyjádřete jako rychlost Země na rovníku (např. v $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$), ale i v době trvání jednoho dne.

Jak zmiňuje zadání, potřebujeme, aby odstředivá síla překonala tu gravitační. Platí tedy, že $F_o > F_g$. Odstředivou sílu si můžeme vyjádřit ze známého vztahu $F_o = m \cdot v^2/r$ a gravitační sílu popisuje Newtonův gravitační zákon, který nám říká, že $F_g = m \cdot m_Z \cdot G/r^2$, přičemž $G \approx 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$ je gravitační konstanta (nemůžeme zde použít tíhovou sílu $F_G = mg$, protože tíhová síla už v sobě obsahuje odstředivou sílu při rotaci Země, na kterou jsme zvyklí, a my potřebujeme pouze sílu v důsledku gravitace). Víme tedy, že

$$F_o > F_g, \\ \frac{mv^2}{r} > G \frac{m \cdot m_Z}{r^2}.$$

Vydělíme obě strany rovnice m a vynásobíme r :

$$v^2 > m_Z \cdot \frac{G}{r}.$$

Můžeme tedy vidět, že tato rychlost je nezávislá na naší hmotnosti. Po odmocnění dospějeme k následující nerovnosti:

$$v > \sqrt{\frac{m_Z G}{r}}.$$

Tím získáme mezní hodnotu přibližně $7910 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ¹, neboli asi $28\,500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Rychlost otáčení na rovníku by tedy musela být přibližně $28\,500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, což odpovídá délce dne:

$$t = \frac{\text{délka rovníku}}{\text{rychlost otáčení}}, \\ t = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6371 \text{ km}}{28\,500 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} \doteq 1,41 \text{ h}.$$

Nový den by tak trval cca 1,41 h, což je přibližně 84,3 min.

Václav Verner

vasek@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Tato rychlost se nazývá *kruhová rychlost* nebo v případě Země *1. kosmická rychlost* a je to rychlost, kterou by se musela pohybovat družice ve vzdálenosti r od středu planety, aby se udržela na kruhové oběžné dráze