

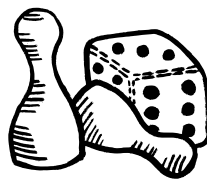
Úloha III.E ... Cinknutá kostka

7 bodů; průměr 5,59; řešilo 22 studentů

Baví vás hrát Člověče, nezlob se? Většina lidí odpoví ano, jen když zrovna vyhrává. K výhře však potřebujeme pořádnou dávku štěstí. A nebo si to štěstí můžeme nějak pojistit. . .

Vyrobte si tzv. cinknutou kostku, na které padají šestky častěji než ostatní čísla. Kostka by ale neměla být moc nápadná, těžko by si s vámi někdo zahrál, kdyby neházela nic jiného než šestky. Pokuste se proto, aby relativní četnost hození šestky (podíl počtu hodů, kdy padla šestka, a počtu všech hodů) byla co nejbližší **jedné třetině**. Jednička by měla naopak padat co nejméně.

Můžete jak upravit obyčejnou kostku, tak od základu vytvořit novou (např. z papíru). Pečlivě popište svůj postup výroby i výslednou stavbu kostky a změřte relativní četnost hození jednotlivých čísel. Je pro hodnoty mimo šestku a jedničku vaše kostka spravedlivá?



Teorie

Hrací kostka má tvar krychle s očíslovanými stěnami. Bývá zvykem, že součet čísel na každých dvou protějších stěnách je 7. Šestka tedy je na protější stěně od jedničky. Toho můžeme využít a změnit tak, jak často budou tato protější čísla padat.

Když hodíme kostku na nějakou rovnou tvrdou podložku, dodáme jí tím určitou pohybovou energii, kostka se většinou roztočí a začne se kutálet po podložce, případně se dokonce může i několikrát odrazit. Při kontaktu s podložkou však postupně kvůli tření zpomaluje až do chvíle, kdy už nemá dost energie, aby se opět překloupila. Nakonec vždy zůstane ležet ve stabilní poloze. Takovýto stabilních poloh má kostka šest, může ležet na jedné z jejích šesti stěn.

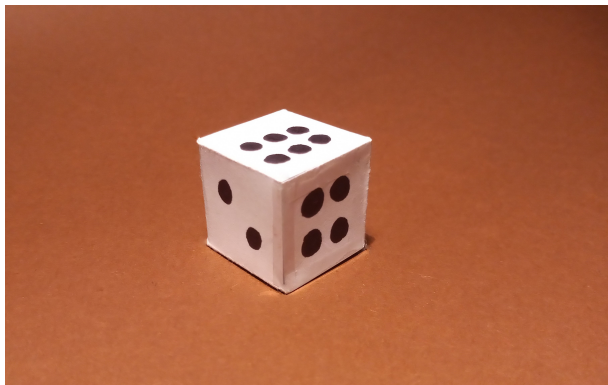
U vyvážené kostky leží její těžiště ve středu. Všech šest možných konečných poloh kostky má tedy těžiště stejně vysoko a jsou proto i stejně stabilní. Když ale stěnu s jedničkou zatížíme, posuneme tím těžiště blíže k této stěně. Poloha na této stěně bude poté pro kostku nejstabilnější (těžiště bude v této poloze nejnižší) a častěji zůstane stát právě touto stěnou dolů, takže nahoře nám padne šestka. Naopak při poloze na stěně s šestkou bude těžiště nejvýše a pro kutálající se kostku bude snazší překloupit se na jinou stěnu. Jedničkou nahoru bude tedy padat méně často.

Abychom zjistili, jak často dané číslo padá, musíme samozřejmě kostkou házet opakovaně. Z výsledků potom vypočítáme relativní četnost hození daného čísla tak, že počet hození daného čísla vydělíme celkovým počtem hodů. Relativní četnost by měla i při měřeních s různým počtem hodů vycházet pořád přibližně stejně. Čím větší bude počet hodů, tím by se měla hodnota relativní četnosti ustalovat. Například u dokonale vyvážené kostky by při dostatečném počtu měření měla relativní četnost hození každého čísla vyjít jedna šestina.

Výroba kostky

Aby se nám s kostkou lépe pracovalo a mohli jsme ji vyvážit podle podmínek v zadání, vyrobili jsme si vlastní novou kostku. Kdybychom jako základ použili hrací kostku z nějaké hry, je velká pravděpodobnost, že by na začátku nebyla dobře vyvážená a úpravy by tedy byly náročnější.

Kostku vyrábíme z tvrdého kancelářského papíru. Z něj vystříhneme síť krychle s délkou hrany 2 cm. Pak popíšeme stěny číslu od jedné do šesti tak, aby na protějších stěnách byl součet čísel 7. Ke stěně s jedničkou potom přilepíme z vnitřní strany další čtvereček papíru, takže tato stěna bude mít dvě vrstvy a bude dvakrát těžší než ostatní. Pak už stačí jen kostku slepit dohromady kousky lepicí pásky a máme hotovo. Zvenku vypadá kostka úplně obyčejně, lze ji vidět na obrázku 1.



Obrázek 1: Cinknutá kostka

Měření

Na rovném stole házíme kostkou a zapisujeme, kolikrát které číslo padlo. Celkem takto kostkou hodíme dvěstěkrát. Během měření je důležité dbát na to, abychom kostkou házeli stále přibližně stejným způsobem (ale dostatečně náhodným) a hlavně aby se kostka opakovaným házením nepoškodila nebo nezdeformovala. V tom případě by se mohly změnit její vlastnosti a měření (či dokonce výrobu kostky) bychom museli zopakovat.

Číslo	Počet dopadů	Relativní četnost
		%
1	11	5,5
2	33	16,5
3	36	18,0
4	31	15,5
5	25	12,5
6	64	32,0

Tabulka 1: Absolutní a relativní četnosti hození jednotlivých čísel.

Z tabulky 1 vidíme, že – jak jsme i chtěli – šestka padá v průměru dvakrát častěji než čísla od dvojky do pětky. U jedničky se nám podařilo dosáhnout relativní četnosti 5,5 %, takže ve 100 hodech by jednička měla padnout průměrně pětkrát nebo šestkrát. Sice se nám nepovedlo, aby jednička nepadala vůbec, ale stále padala ve srovnání s ostatními čísly zhruba třikrát méně často.

Pro čísla mimo jedničku a šestku jsme nenaměřili stejné hodnoty. Trojka padla 36krát, zatímco pětka jen 25krát. Mohlo to být způsobeno jak náhodnými vlivy při házení, tak tím, že kostka nebyla úplně dokonale vyvážená.

Závěr

Házení kostkou je děj, jehož výsledek velmi závisí i na drobných rozdílech v jeho průběhu – např. natočení kostky před hodem, rychlost a způsob hodu, nerovnosti podložky. Přesto můžeme posunutím těžiště kostky ovlivnit pravděpodobnost hození různých čísel.

V našem experimentu jsme vyrobili kostku se stěnou s jedničkou přibližně dvakrát těžší než ostatní stěny. Kostka poté padala častěji šestkou nahoru, ve 32,0 % hodů. To je zhruba dvakrát více než ostatní čísla 2 až 5, každé padlo v průměru v 15,6 % hodů. Stěna s jedničkou, které bylo těžiště kostky nejbližší, zůstala ležet nahoře v 5,5 % případů.

Pro výrobu kostky jsme použili poměrně hrubou metodu, kdy jsme kostku pouze slepili z papíru a jednu stranu odhadem zatížili jednou vrstvou papíru navíc. Kostku by šlo ještě lépe vyvážit použitím pevnějšího papíru a pečlivějším slepením. Ale výrazně lepší kostku touto metodou nevyrobíme.

Pavla Šimová
paja@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.