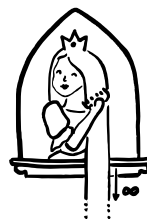


Úloha I.4 ... Princezna Zlatovláska

6 bodů; průměr 5,14; řešilo 44 studentů

Princezna Zlatovláska se rozhodla, že si nechá narůst co nejdelší zlaté vlasy. Jelikož je ale znala vlastností materiálů, přemýšlela nad tím, jak maximálně dlouhé je může mít, aby se jí při spuštění z okna věže nepřetrhly vlastní vahou. Předpokládejme, že princezna má dostatečně pevný krk a kůži k udržení celkové hmotnosti svých vlasů a dostatečně vysokou věž, ze které může vlasy spouštět. Vlas má průměr $20\text{ }\mu\text{m}$, zlato má mez pevnosti v tahu 100 MPa a jeho hustota je $19,3\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Pomozte princezně Zlatovlásce určit maximální možnou délku vlasů.



Ze zadání známe hodnotu meze pevnosti v tahu. Tato hodnota nám říká, jaký největší tah vydrží daný materiál, při překročení této hodnoty se natahovaný materiál už přetrhne. Mez pevnosti má jednotku Pa, stejně jako tlak, a má i stejný fyzikální smysl. Použijeme tedy vztah pro výpočet tlaku $p = F/S$ a za sílu F dosadíme vztah pro tíhovou sílu: $F = mg$. Do plochy S dosadíme vzorec pro obsah průřezu vlasu, což není nic jiného než obsah kruhu.

Pokud si ale vyjádříme vztah pro hmotnost pomocí hustoty, dostaneme $m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h$. Po dosazení do našeho vztahu pro tlak tak vidíme, že se hodnoty průřezu vykrátí. Hodnotu průměru vlasu ze zadání během řešení tedy nepotřebujeme a hodnota meze pevnosti na něm nezávisí:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho Shg}{S} = \rho hg.$$

Všimněme si, že vzorec je nápadně podobný vzorci pro hydrostatický tlak.

Z tohoto vztahu již můžeme vyjádřit vztah pro maximální délku h , neboť známe hodnotu meze pevnosti v tahu p , hustotu zlata ρ a za tíhové zrychlení dosadíme $g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Před dosazením ale ještě převedeme hodnoty veličin do základních jednotek:

$$p = 100\text{ MPa} = 100\,000\,000\text{ Pa} = 100 \cdot 10^6\text{ Pa},$$

$$\rho = 19,3\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3} = 19\,300\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

Teď již můžeme dosadit:

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{100 \cdot 10^6\text{ Pa}}{19\,300\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} \doteq 530\text{ m}.$$

Princezna Zlatovláska tedy může mít vlasy maximálně dlouhé přibližně 530 m.

Alžběta Andrýsková
betka@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.