



Výfučení: Hudební teorie

Úvod

V tomto Výfučení se budeme zabývat hudbou, oblastí možná na první pohled fyzice vzdálenou. Vskutku, na hudbě je do velké míry důležitý její *společenský aspekt*, ke kterému se zde jako fyzici moc nemůžeme vyjádřit. Co ale komentovat můžeme, je spojení hudby s akustikou, kmitavým pohybem a naším vnímáním zvuku. Tímto propojením se mimo jiné zabývaly již civilizace před antickým Řeckem, čímž položily základy *hudební teorie*.

Z důvodu takto nestandardního tématu jsme se rozhodli Výfučení trochu prodloužit. Chtěli jsme téma probrat v úplnosti tak, aby Výfučení tvořilo ucelený kus. K vyřešení seriálové úlohy nicméně bude zcela stačit, pokud si přečtete pouze počáteční témata Výfučení, *pokračování* je určeno spíš pro zájemce. Stejně tak se ve Výfučení vyskytnou goniometrické funkce (sinus) a logaritmus: k pochopení smyslu textu není třeba znát jejich přesnou definici.

Podstatou a základním stavebním materiálem v hudební teorii jsou *tóny*. Jejich souzvučky a střídáním, omezenými určitými pravidly, pak vzniká hudba, jakou známe. Nejprve si tedy definujme tón.

Tón

Definice tónu s sebou přináší některá úskalí, ale pro její zjednodušenou podobu nám bude stačit si představit napnutou strunu na kytarě. Při jejím vychýlení z klidové polohy a následném puštění začne struna kmitat frekvencí f_0 , kterou budeme označovat jako *základní frekvenci*. Pohyb struny poté se stejnou frekvencí rozkmitává okolní prostředí (ve většině případů se jedná o vzduch) a zvuk tak putuje přibližně stejně ve všech směrech od svého zdroje. Rozkmitané molekuly pak naráží do našeho ušního bubínku a my slyšíme frekvenci těchto nárazů jako znějící tón. Matematicky můžeme zvuk popsat buď pomocí změn poloh molekul vzduchu v důsledku kmitání, nebo využijeme toho, že při kmitání se vzduch střídavě zhušťuje a zřeďuje s čímž se pojí i velmi malé změny tlaku. Odchylku nového tlaku od běžného atmosferického tlaku nazýváme *akustický tlak* p a jeho periodický průběh popisujeme pomocí *sinusoidy*:

$$p = A \sin(2\pi f \cdot t),$$

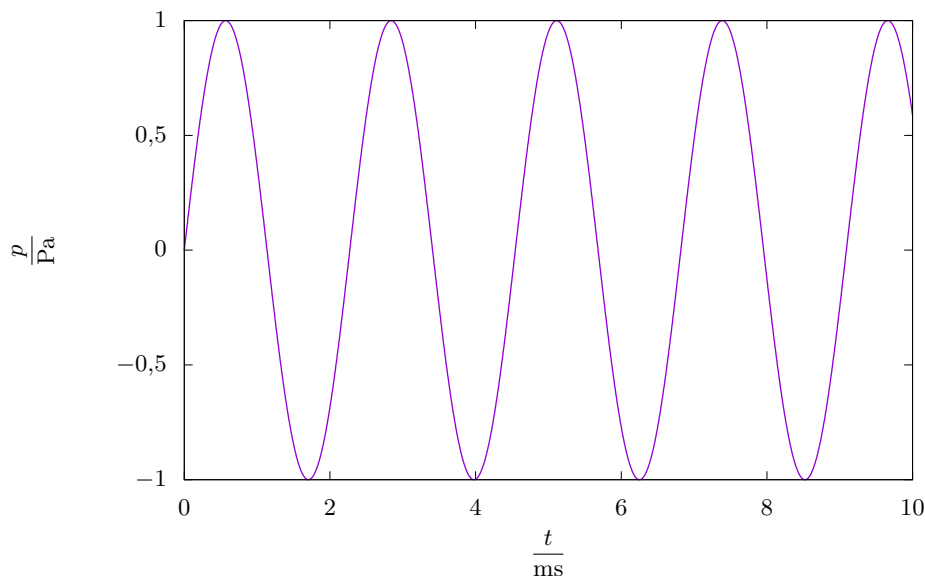
kde A je amplituda tónu, tedy maximální odchylka tlaku¹ od normální hodnoty, f je jeho frekvence a t čas. Závislost akustického tlaku daného tónu na čase pro frekvenci $f = 440$ Hz a amplitudu $A = 1$ Pa pak vidíme v grafu 1.

Harmonická řada

Naše definice zobrazuje tón jako zvuk pouze o jedné frekvenci. Ve skutečnosti ale i při kmitání jedné struny zní nad naší základní frekvencí teoreticky nekonečná řada dalších tónů, jejichž frekvence jsou celým násobkem základní frekvence. Této posloupnosti říkáme *harmonická řada* a frekvenci jejího n -tého tónu můžeme snadno vypočítat jako:

$$f_n = n \cdot f_0,$$

¹ Jelikož prostředí kmitá nepostřehnutelně rychle, hlasitost tónu odpovídá jeho amplitudě.



Obrázek 1: Graf závislosti akustického tlaku způsobeného zvukovou vlnou o frekvenci $f = 440 \text{ Hz}$ na čase

kde n jsou samozřejmě přirozená čísla (2, 3, ...).

Tyto frekvence navzdory možné představě nepůsobí rušivě, naopak podíl jejich hlasitostí udává barvu tónu, díky které můžeme rozeznat jednotlivé nástroje. Pokud bychom na varhany, klavír, housle a hoboj zahráli tón o stejné frekvenci a sestrojili bychom graf závislosti akustického tlaku na frekvenci, pozorovali bychom u každého z nástrojů jiné poměry intenzit frekvencí harmonické řady k základní frekvenci (intenzitou zde myslíme, jak moc přispívají jednotlivé frekvence k výslednému tónu). Bez harmonické řady by tedy všechny nástroje zněly stejně. Průběh tónu zobrazeného výše s harmonickou řadou je vyobrazen v grafu na obr. 2². Záleží však vždy na tom, jaký poměr intenzit harmonické řady si zvolíme.

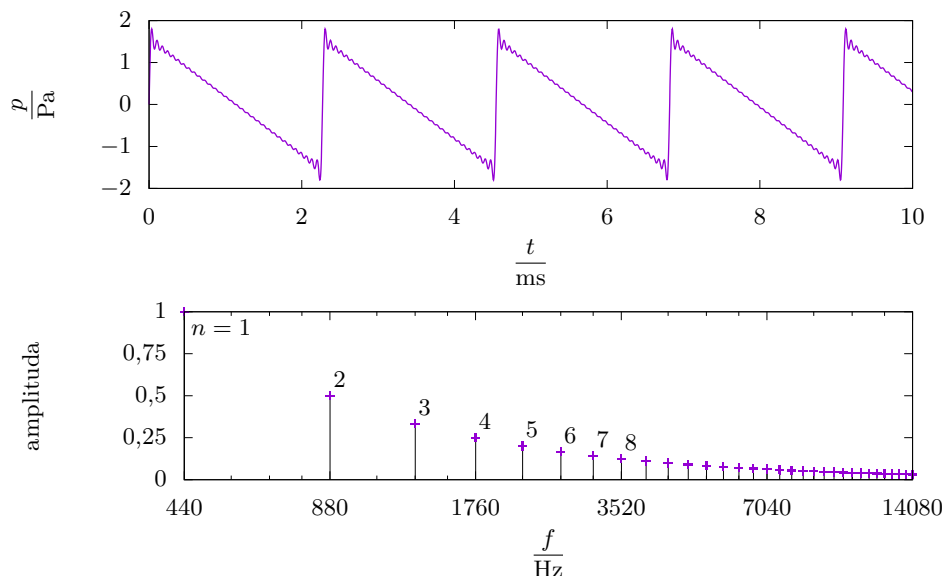
Značení tónů

Než budeme pokračovat, bude jistě dobré zavést pro tóny ustálené značení. Zde je jednodušší si místo kytarové struny představit klavírové struny, do kterých klepáme stisknutím kláves³. Nejnižším tónem na standardním klavíru je tón A. Poté budeme postupovat pouze po bílých klapkách vzhůru, a to po tónech H⁴, C, D, E, F a G. Po tónu G následuje opět tón A.

²Zobrazenému tónu se přezdívá „sawtooth wave“ kvůli tvaru jeho průběhu, vygenerovaný zvuk si můžete poslechnout ve videu <https://www.youtube.com/watch?v=A6NFknpJalA>.

³Pro lepší představu i jiná využití doporučujeme, pokud doma nemáte skutečný klavír, virtuální klavír, dostupný například na stránce <https://www.onlinepianist.com/virtual-piano>.

⁴V anglicky mluvících zemích se české H označuje jako B



Obrázek 2: Graf závislosti intenzity tónu s harmonickou řadou na čase a graf intenzity n -té složky v závislosti na frekvenci

Pokud do našeho repertoáru zahrneme také černé klapky, značíme je pomocí přípon *-is* pro černé klávesy bezprostředně nad daným tónem a *-es*⁵ pro černé klávesy bezprostředně pod ním. Pokud se tedy například z klávesy G přesuneme na černou klapku doprava od ní (směrem nahoru), získáváme tón Gis, pokud se naopak posuneme na černou klávesu opačným směrem, získáváme tón Ges. Klaviaturu jsme pro lepší představu zobrazili na obr. 3.



Obrázek 3: Klaviatura s popsánými tóny

⁵Výjimkou jsou As, Es (místo Aes a Ees) a tón Hes, který označujeme spíše jako tón B. Zde opět může dojít k nedorozumění, protože české B se mezinárodně označuje jako B-flat, nikoli B.

Výška tónu

Snad nejdůležitější vlastností tónu je jeho výška. Ta se sice přímo odvíjí od základní frekvence tónu, ale narážíme zde na další příklad *logaritmické* podstaty lidského vnímání smyslů. Pro pojmenování vzdáleností mezi tóny používáme tzv. *interval*y. Pro lidské logaritmické vnímání je rozdíl mezi 10 Hz a 100 Hz stejný jako rozdíl mezi 100 Hz a 1 000 Hz. Rozdíl mezi 1 000 Hz a 1 010 Hz je naopak téměř neznatelný – jde o *podíly*. Tedy, pokud máme dvě dvojice tónů f_1 , f_2 a g_1 , g_2 , tak pokud platí, že $f_1 : f_2 = g_1 : g_2$, pak je mezi nimi vzdálenost v intervalech stejná.

Určování „správných“ podílů je poněkud problematické, zabývali se jím již antičtí Řekové, jako třeba Pythagoras, a definitivně se vyřešilo až v baroku za pomoci Johanna Sebastiana Bacha. Systému tohoto určování říkáme *ladění*.

Zpočátku se používalo tzv. *čisté ladění*, které vycházelo z poměrů prvních pěti frekvencí harmonické řady – první, základní, přiřadíme frekvenci f_0 , druhé $2f_0$, atd. Takovým základním intervalem je *čistá prima*, která odpovídá vzdálenosti tónu k sobě samému. Tedy dva tóny vzdálené od sebe o primu jsou tentýž tón a poměr frekvencí činí 1 : 1. Mezi první a druhou harmonickou frekvencí je interval nazývaný *čistá októva* a poměr frekvencí k základnímu tónu je 2 : 1 – toto odpovídá vzdálenosti dvou kláves A na klavíru.

Mezi druhou a třetí harmonickou frekvencí je tzv. *čistá kvinta*, jejíž poměr činí logicky 3 : 2. Mezi třetí a čtvrtou je *čistá kvarta* s poměrem 4 : 3 a mezi čtvrtou a pátou velká tercie s poměrem 5 : 4. Ostatní intervaly se pak určí matematicky pomocí těchto intervalů (například velká sekunda jsou dvě kvinty za sebou posunuté o októvu níže, tedy $3/2 \cdot 3/2 \cdot 1/2 = 9 : 8$).

Tón	Interval	Poměr frekvencí k základnímu tónu	Poměr frekvencí k předchozímu tónu
C	čistá prima	1 : 1	16 : 15
Des	malá sekunda	16 : 15	16 : 15
D	velká sekunda	9 : 8	135 : 128
Es	malá tercie	6 : 5	16 : 15
E	velká tercie	5 : 4	25 : 24
F	čistá kvarta	4 : 3	16 : 15
Fis	zvětšená kvarta	45 : 32	135 : 128
G	čistá kvinta	3 : 2	16 : 15
As	malá sexta	8 : 5	16 : 15
A	velká sexta	5 : 3	25 : 24
Hes/B	malá septima	16 : 9	16 : 15
H	velká septima	15 : 8	135 : 128
C	čistá októva	2 : 1	16 : 15

Tabulka 1: Poměry frekvencí jednotlivých intervalů při čistém ladění.

Z tabulky 1 vyplývá, že sousedící tóny jsou nerovnoměrně vzdáleny. Vzniká tak velký problém při *transpozici* (tak říkáme posouvání tónů o stejnou vzdálenost v intervalech určitým směrem), kdy poměry frekvencí již neodpovídají základnímu tónu, a skladba tak zní falešně, nebo s jiným „nádechem“. Odchyly v poměrech tónů by proto písničku mohly učinit zvukově

temnější, světlejší nebo třeba heroičtější⁶

Sami to můžete vidět na příkladu: určitě znáte písničku *Ovčáci, čtveráci*. První tři tóny této lidové písničky jsou C, E a G, tedy podle tabulky 1 podíl frekvencí druhých dvou tónů vůči prvnímu tónu C činí 5 : 4 a 3 : 2. Pokud bychom tuto písničku hráli od tónu D, museli bychom všechny tóny posunout v tabulce o stejnou vzdálenost jako první tón, tedy o 2 řádky dolů, čili hráli bychom D, Fis a A. Nyní však podíl frekvencí vůči prvnímu tónu D činí 5 : 4 a 40 : 27, tedy intervalový rozdíl prvních dvou tónů zůstane stejný, ale třetí tón již bude znít mírně jinak, dalo by se říct „falešně“.

Temperované ladění

V období antiky a středověku nerovnoměrné vzdálenosti mezi tóny problém nepředstavovaly. S vývojem hudby a novými hudebními metodami se však tato problematika prohlubovala, protože skladatele omezovala v experimentování, a proto byl v období baroka navržen nový systém ladění, který se používá v drtivé většině hudby dodnes – *rovnoměrně temperované ladění*. Poměry frekvencí oktáv se zachovaly, můžeme tedy definovat vztah mezi poměrem frekvencí tónů f_1 a f_2 a počtem oktáv n mezi nimi:

$$\frac{f_2}{f_1} = 2^n.$$

Idejí rovnoměrně temperovaného ladění je, aby měly každé dva sousedící tóny stejný poměr frekvencí, resp. aby rozdíl mezi intervaly byl podle sluchu vždy stejný. Vzdálenosti mezi dvěma sousedícími tóny pak říkáme *půltón*. Oktávu tedy můžeme definovat jako vzdálenost, kterou získáme, když „ujdeme“ 12 půltónů od jednoho tónu ke druhému. Můžeme proto zavést vztah poměru frekvencí v závislosti na počtu půltónů p , které dva tóny oddělují:

$$\frac{f_2}{f_1} = 2^{p/12}.$$

Poměr frekvencí dvou tónů v malé sekundě, tj. tónů vzdálených o jeden půltón, je $2^{1/12} : 1$, zatímco například interval *kvinty*, používaný pro svou sílu a zvuknou tvrdost například v metalových *power akordech*, získává poměr $2^{7/12} : 1$, což se příliš neliší od poměru čisté kvinty 3 : 2. Každý interval vyvolává trochu jiný pocit, hudebníci je často rozeznávají právě podle něj.

Z posledního vztahu můžeme také jednoduše vyjádřit naopak vzdálenost dvou tónů (měřenou v půltónech) v závislosti na poměru jejich frekvencí. Jednoduchými úpravami získáváme nakonec⁷:

$$p = 12 \log_2 \frac{f_2}{f_1}.$$

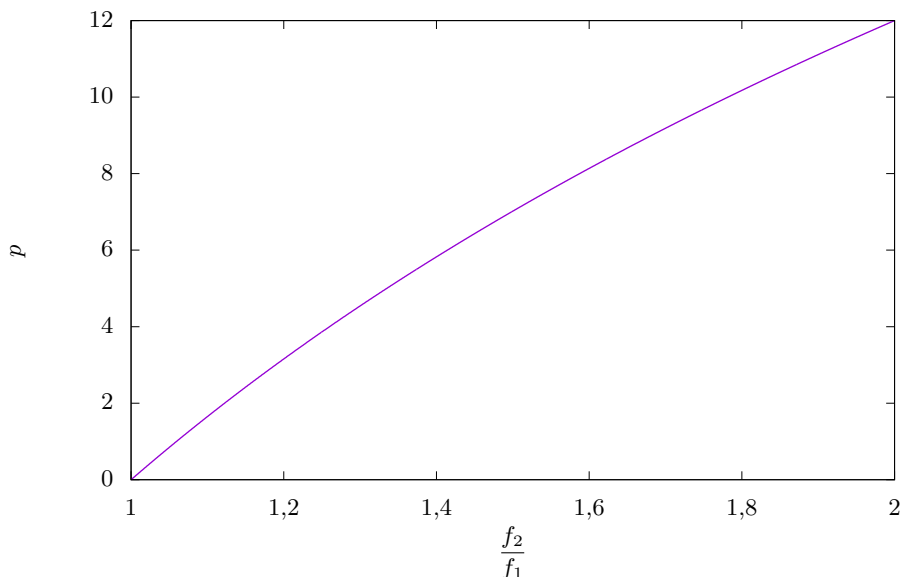
Z tohoto vyjádření je zjevné, že člověk vnímá výšku tónu logaritmicky, stejně jako je tomu například u našeho vnímání hlasitosti zvuku, ale například také u vnímání teploty nebo jasnosti.⁸

Pro přesné naladění celého nástroje poté potřebujeme kromě vztahu pro poměr frekvencí zavést také referenční tón s přesně danou frekvencí, od kterého budeme další frekvence odvíjet. V současné době se pro tento účel používá tzv. *komorní A* o frekvenci 440 Hz.

⁶Za nejheroičtější tóninu je zpravidla považována Es dur, za nejdepresivnější d moll, dnes už toto tvrzení v novodobém systému ladění bohužel zcela zaniká.

⁷Tento vztah využívá funkci logaritmus o základu dva – najdete ho na kalkulačce, kdybyste k něčemu potřebovali spočítat p . Není to ale zas tak důležitý vztah k pochopení problematiky.

⁸Jas vnímáme dle tzv. Pogsonovy rovnice.



Obrázek 4: Závislost vzdálenosti dvou tónů na poměru jejich frekvencí v rámci jedné oktávy

Zároveň v hudbě ani zdaleka nepoužíváme celý rozsah lidského slyšení (přibližně od 16 Hz do 20 kHz); zatímco nejnižší tón na standardním klavíru má frekvenci 27,5 Hz, nejvyšší tón na klavíru končí u pouhých 4 186 Hz.

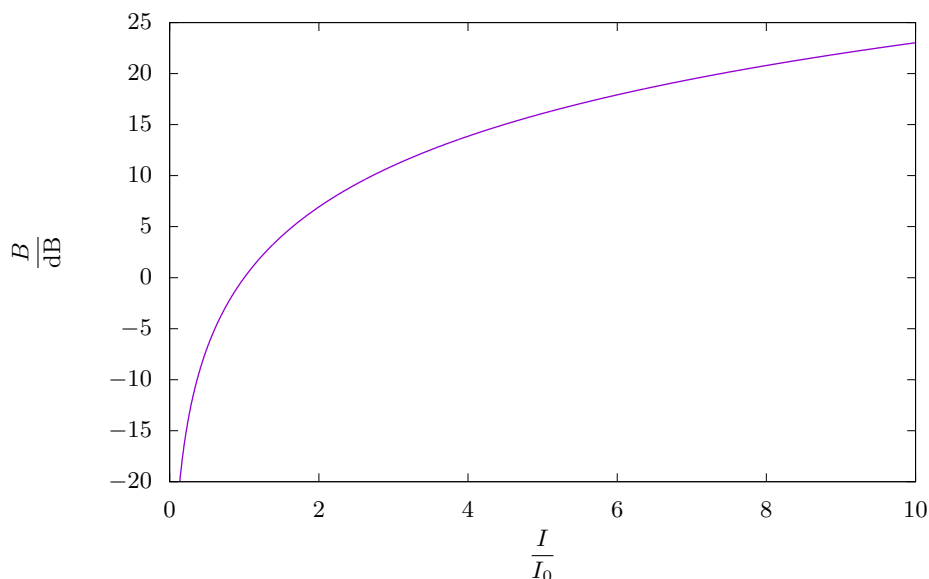
Hlasitost tónu

Další z velice důležitých vlastností tónu je jeho hlasitost. V hudbě toto rozlišování tónů na základě jejich síly označujeme jako *dynamiku*. I zde se člověku lépe pracuje s logaritmem hodnot fyzikálních veličin. Pro vyjádření hlasitosti používáme tzv. *hladinu intenzity*, kterou označíme B a můžeme ji vypočítat buď přímo z akustického tlaku, nebo se zavádí veličina nazývaná *intenzita zvuku*, která vyjadřuje množství energie přenášené zvukovou vlnou (může se to zdát překvapivé, ale zvukové vlny skutečně přenášejí energii, jinak by totiž nemohly rozpohybovat molekuly vzduchu). Intenzita se značí I , jednotkou je $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ a hladinu intenzity pak spočítáme pomocí vztahu:

$$B = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) .$$

Hodnota I_0 odpovídá prahu slyšení, tedy intenzitě nejnižšího zvuku, který může člověk postřehnout.⁹ Jednotkou hladiny intenzity je decibel (značka dB). Pro práh slyšení nám vychází hodnota 0 dB, naopak zvuky pohybující se na prahu bolesti dosahují hodnot asi 120 dB. Doporučená hlasitost při poslechu hudby se pohybuje mezi 60 dB a 85 dB. Průběh hladiny intenzity v závislosti na poměru intenzity k referenci jsme zobrazili do grafu na obr. 5.

⁹Nejčastěji je uváděna hodnota $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.



Obrázek 5: Graf závislosti hladiny intenzity na intenzitě zvuku

Pokud jste někdy analyzovali zvuk za pomoci softwaru, tak vězte, že hodnota 0 dB zde znamená maximální hlasitost (tedy intenzitu, kterou je ještě čidlo schopné vnímat). Potom jde stupnice do záporných hodnot – například -60 dB znamená, že je zvuk o 60 dB tišší než daná maximální hodnota.

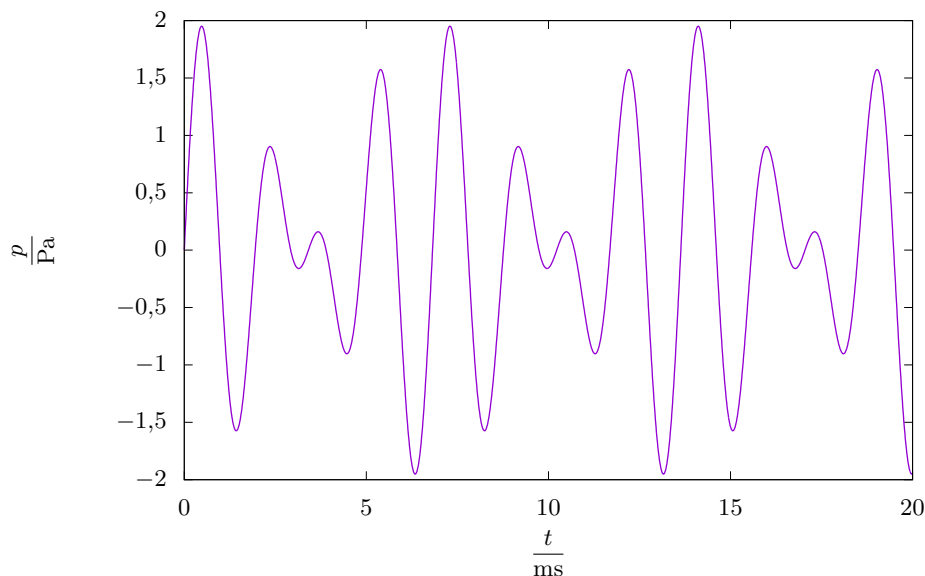
Souzvuky

Souzvukem tónů rozumíme takový zvukový signál, který vzniká složením, neboli *interferencí* několika tónů o různých frekvencích, tedy například když současně rozeznáme dvě různě napnuté struny. Můžeme měřit závislost akustického tlaku na čase při souzvuku dvou čistých tónů se stejnou intenzitou. Vezměme například A a D, které odpovídají frekvencím $f_A = 440$ Hz a přibližně $f_D = 587$ Hz („pravá“ hodnota by měla být taková, aby odpovídala $4/3$ frekvence tónu A, jedná se totiž o čistou kvartu). Pak bychom naměřili periodickou funkci zobrazenou v grafu na obr. 6.

Podobně jako u světla a vlastně každého vlnění, složenou funkci vyjadřující závislost intenzity vlnění na čase získáme prostým sečtením dílčích funkcí jednotlivých tónů, funkci zobrazenou v grafu můžeme tedy zapsat jako:

$$p(t) = p_0 \sin(2\pi f_A t) + p_0 \sin(2\pi f_D t) .$$

Výsledkem je pak složitější funkce, kterou náš mozek rozloží na jednotlivé frekvence. Tento proces rozkládání signálu na jednotlivé frekvence lze popsat pomocí tzv. *Fourierovy transformace* (resp. Fourierova rozkladu). Nebudeme vysvětlovat přesný matematický mechanismus tohoto



Obrázek 6: Graf závislosti akustického tlaku při souzvuku dvou tónů na čase

procesu, protože je to pro Výfučení příliš složité téma vyžadující dobrou znalost vysokoškolské matematiky. Podstatné je, že ze složitého tónu nám dokáže říct, které frekvence ho vytvořily.¹⁰

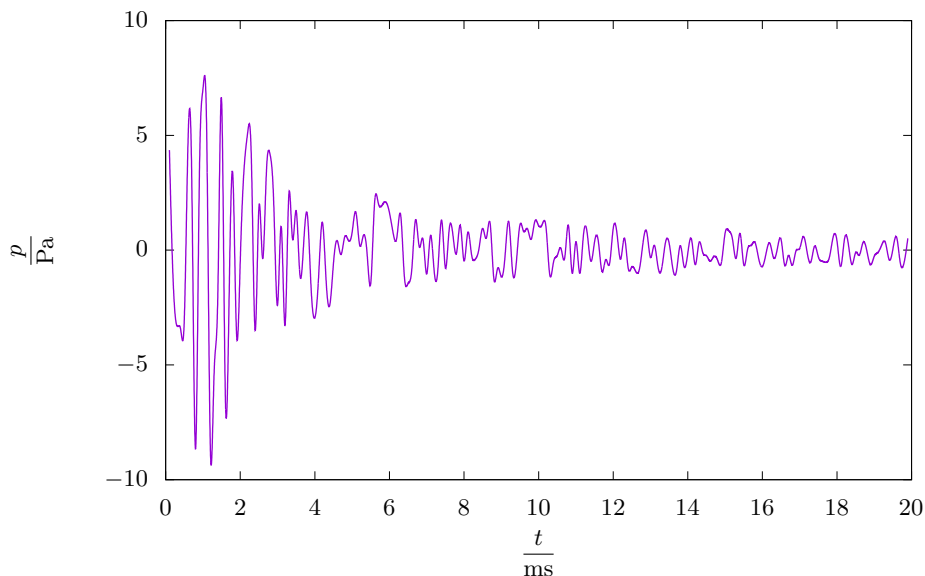
Hluk

Na základě výše popsaného principu je zřejmé, že rozložit nepravidelné neperiodické signály na jednotlivé frekvence lze jen těžko, a proto je rozpoznáme jako *hluk*. Nicméně i takové zvukové signály jsou v hudbě zásadní, především u neladěných bicích nástrojů (např. činel, buben), pomocí kterých snadněji vnímáme rytmus hudby. Graf akustického tlaku jednoho konkrétního hluku v závislosti na čase můžete vidět na obr. 7.

Konsonance

Nyní připomeňme, že jsme doposud zanedbávali harmonickou řadu, která je však pro pochopení našeho vnímání souzvuků zcela zásadní. Souzvuku dvou tónů můžeme přiřadit jednu hudebně, ale i fyzikálně významnou charakteristiku – *konsonanci* neboli *souzvучnost*. O tom, zda jsou dva různé tóny konsonantní (souzvучné), nebo disonantní (nesouzvучné), rozhoduje počet shodných vyšších harmonických frekvencí těchto tónů. Čím nižší hodnoty a čím vyšší počet shodných vyšších harmonických frekvencí mají dva tóny, tím více jsou konsonantní. To úzce souvisí s intervaly – čisté ladění totiž určuje poměry frekvencí intervalů právě podle poměrů vyšších harmonických frekvencí základního tónu.

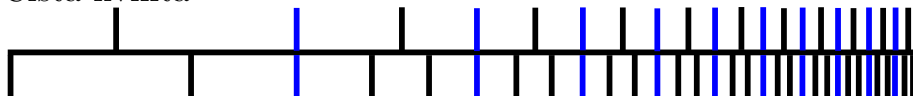
¹⁰Pokud byste si chtěli vyzkoušet měření okolních frekvencí pomocí Fourierovy transformace, vhodnou a volně dostupnou aplikací je například Spectroid.



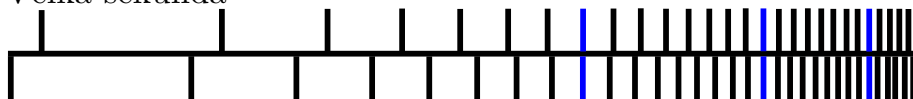
Obrázek 7: Graf závislosti akustického tlaku hluku na čase

Nejvíce takových shodujících se vyšších harmonických frekvencí má oktáva, jelikož poměr frekvencí se základním tónem je 2 : 1, tedy celočíselný násobek. V takovém případě harmonické řady zcela splývají a nezkušený posluchač by nerozeznal rozdíl mezi samostatným základním tónem a oktávou, jedná se tedy o nejkonsonantnější interval. Druhým nejkonsonantnějším intervalem je kvinta s poměrem frekvencí 3 : 2, kde splývá každá druhá, resp. třetí, vyšší harmonická frekvence vyššího, resp. nižšího, tónu. Naopak malá sekunda a velká septima nemají v rozsahu do prvních deseti vyšších harmonických frekvencí žádnou shodnou, a pokládáme je tedy za ryze disonantní. Ve výsledku tedy vidíme, že čím „jednodušší“ je poměr frekvencí, tím konsonantnější je souzvuk.

Čistá kvinta



Velká sekunda



Obrázek 8: Srovnání splývání harmonických frekvencí kvinty a velké sekundy

Absolutní výjimkou je tritón (tři sousedící tóny, slovem sousedící nemyslíme, že byly tóny na klavíru přímo vedle sebe), jehož temperovaná podoba by teoreticky neměla mít žádné shodné vyšší harmonické frekvence, protože poměr jeho frekvencí činí $\sqrt{2} : 1$ (což odpovídá šesti půltónům, viz výše). Jako zvětšená kvarta (což neodpovídá temperovanému ladění) má však poměr frekvencí $45 : 32$, a jedná se tedy o nejdisonantnější interval. Díky jeho disonanci pověřiví lidé ve středověku věřili, že tritón přivolává ďábla, a tak je také přezdíván jako „*diabolus in musica*“. Velmi nápaditě jej využil například Camille Saint-Saëns ve svém slavném Tanci kostlivců, neboli *Danse macabre*.

Akordy

Souzvuk tří a více tónů nazýváme *akord*. Pro hudbu mají nepostradatelný význam – díky nim může náš mozek určit, jakou tóninu zrovna slyšíme. S tím se pojí i emoce, které při poslechu hudby cítíme. Zjednodušeně tedy můžeme tvrdit, že různé akordy v nás vyvolávají různé emoce.

I akordům můžeme přiřadit konsonanci a libozvučnost – aby byl akord konsonantní, musí všechny tři (příp. více) tóny splývat v alespoň jedné slyšitelné vyšší harmonické frekvenci. Většinu dnešní hudby (vyjma jazzu, klasické hudby a různých experimentálních žánrů) tvoří dva typy akordů – *durový* (např. C, E, G, neboli C dur) a *mollový* (např. C, Es, G, neboli C moll).

Můžete si všimnout, že mezi základním a vrchním tónem je kvinta, proto se těmto akordům říká *kvintakordy*. Rozdíl mezi nimi tvoří prostřední interval – u durových je jím velká tercie ($5 : 4$), u mollových malá tercie ($6 : 5$). Durový akord zní tvrději, resp. disonantněji než mollový, což mu dodává „veselejší“ nádech, zatímco mollový vnímáme spíš jako neutrální nebo se „smutnější“ nádechem. Rozdíl v konsonanci akordů si můžeme jednoduše matematicky vysvětlit.

Jak již bylo zmíněno, vyšší harmonickou frekvenci můžeme obecně vyjádřit jako nf_0 , tedy v durovém akordu C–E–G bude pro společnou vyšší harmonickou platit:

$$\begin{aligned} n_C f_C &= n_E f_E = n_G f_G, \\ n_C f_0 &= \frac{5}{4} n_E f_0 = \frac{3}{2} n_G f_0, \\ 4n_C &= 5n_E = 6n_G, \end{aligned}$$

kam můžeme jako nejmenší čísla dosadit $n_C = 15$, $n_E = 12$ a $n_G = 10$. Harmonické řady tedy splývají až na patnácté vyšší harmonické základního tónu. U mollového akordu se změní prostřední zlomek:

$$\begin{aligned} n_C f_0 &= \frac{6}{5} n_{Es} f_0 = \frac{3}{2} n_G f_0, \\ 10n_C &= 12n_{Es} = 15n_G, \end{aligned}$$

kam jako nejmenší čísla dosadíme $n_C = 6$, $n_{Es} = 5$ a $n_G = 4$, tedy splývat bude už šestá vyšší harmonická frekvence základního tónu.

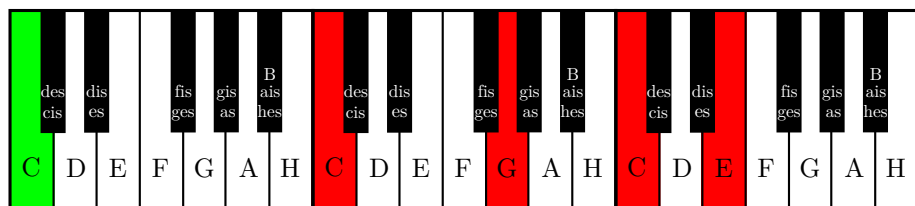
Posouváním jednotlivých tónů o oktávu získáme různé *obraty* akordů. Jedná se vlastně o tentýž akord, pouze zmizí nebo se naopak objeví některé spodní harmonické frekvence, čímž dosáhneme trochu jiného „vyznění“ akordu.

Pokračování

Následující text je určen pro ty, které téma zaujalo a chtějí se dozvědět více o teorii hudby. K vyřešení seriálové úlohy však není nutný.

Rezonance vyšších harmonických

Zajímavostí je, že první čtyři frekvence harmonické řady odpovídají skoro přesně čistým hudebním tónům (vyšší frekvence harmonické řady pak na klavíru spadají už „mezi klávesy“). Tuto skutečnost si můžete doma, za předpokladu přítomnosti klavíru, ověřit jednoduchým experimentem; na klavíru pomalu zmáčknete druhou nejnižší klávesu C, nechte ji doznít, ale klapku nepouštějte, aby struna zůstala uvolněná. Totéž proveďte s klávesou G nad zmáčknutým C, poté s nejbližší vyšší klávesou C a nakonec s nejbližším vyšším E. Všechny zmíněné klávesy držte zmáčknuté. Poté silně bouchnete do nejnižší (dosud nezmáčknuté) klávesy C. Výsledkem by mělo být rozeznění všech držených kláves. Jejich struny totiž mají takové základní frekvence, že odpovídají násobkům základní frekvence nejnižšího C, a proto při zahrání tónu začínají rezonovat. Experiment jsme taktéž znázornili na obr. 9.



Obrázek 9: Znázornění experimentu s rozezvučením strun klavíru (klávesy které držíme jsou zabarveny červeně, spodní C modře)

Transpozice

Jak jsme již zmínili, transpozice je posunutí nějakého úryvku skladby o určitý interval. V případě čistého ladění byla transpozice problémová, což vedlo k zavedení temperovaného ladění v barokní hudbě. Při transpozici na rovnoměrně temperovaném nástroji odpovídá posun tónů vynásobení všech frekvencí v písničkě stejným číslem. Při posunu o oktávu nahoru by tedy všechny tóny písničky měly dvojnásobnou frekvenci oproti původní výšce. Takovýto posunem se však nemění poměry frekvencí mezi tóny, a intervaly tedy zůstávají vždy stejné. Posunutá písnička pak zní naprosto stejně jako její původní verze s jediným rozdílem v podobě výšky, ve které ji zpíváme. Pro názornou ukázkou tehdy nových možností komponování na temperovaném nástroji složil Johann Sebastian Bach známé cykly klavírních skladeb s názvem *Dobře temperovaný klavír*.

Libozvučnost

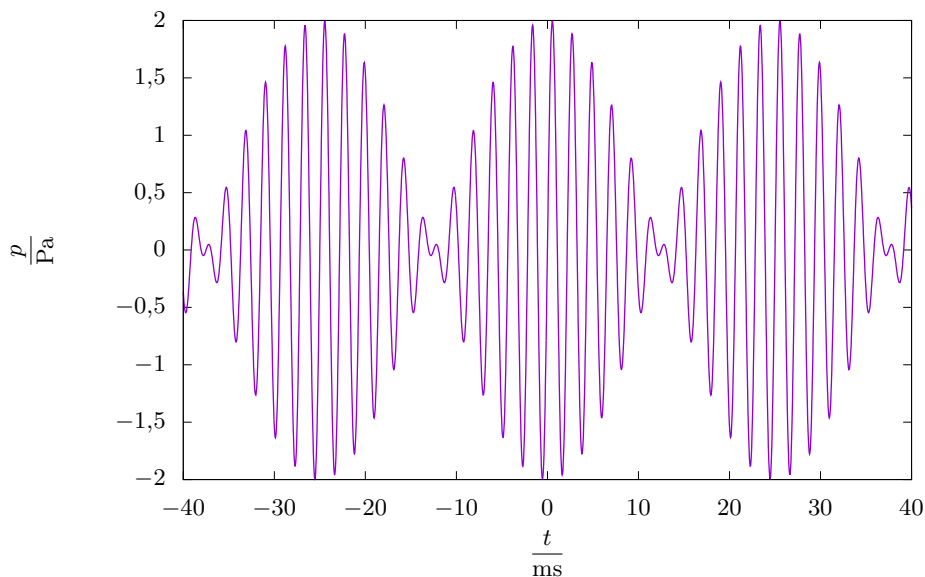
Je třeba rozlišovat pojmy konsonance a libozvučnost. Konsonance je spíše teoretický pojem, který je pro každý interval pevně určený, bez ohledu na to, co za nástroj jej hraje. Libozvučnost je pak praktičtější pojem, který zahrnuje i skutečnost, že má každý nástroj jinou barvu (tedy různé intenzity frekvencí harmonické řady). Například pokud bychom měli nástroj s výraznou

druhou vyšší harmonickou frekvencí, zněla by malá sexta nelibozvučně, přestože se jedná o relativně konsonantní interval. Proč tomu tak je – když zahrajeme na takový nástroj tón A, rozezní se výrazně tón E, protože odpovídá druhé vyšší harmonické. Jenže při souzvuku malé sexty, tedy s tónem F, vzniká malá sekunda, která je, jak jsme říkali, ryze disonantní, a proto bude zvuk nelibozvučný, přestože na jiném nástroji, například na klavíru, by tato disonance vyšších harmonických zanikla a souzvuk by vyzněl libozvučně.

Zázněje

Zajímavý souzvuk nastává v případech, že se dva tóny liší pouze o velmi malý násobek frekvence. Souzvuk pak slyšíme jako jeden tón protože nejsme schopni rozeznat tak malý rozdíl ve frekvenci, avšak kvůli interferenci obou vln budou mít chvíli stejnou fázi, kdy se zesílí, a chvíli opačnou, kdy se vyruší. Jednotlivým úsekům od prvního vyrušení do druhého říkáme *zázněje*.

Frekvence záznějů je shodná s rozdílem frekvencí jednotlivých tónů. Podle její hodnoty dělíme takové souzvuky na *delta* vlny do 3 Hz, *theta* vlny do 7 Hz a *alpha* vlny do 13 Hz, u kterých bez problémů dokážeme rozeznat jednotlivé zázněje, *beta* vlny do 29 Hz, které již začínají splývat v drsný šramot doprovázející tón, a *gamma* vlny, u nichž již vnímáme rozdíl mezi frekvencemi tónů jako silně disonantní a souzvuk má vibrující charakter. Pokud frekvence záznějů překročí zhruba 100 Hz, již je nevnímáme vůbec. Příklad jednoho zázněje jsme vykreslili do grafu 10.



Obrázek 10: Zázněj dvou tónů lišících se o 40 Hz

Délka tónu

Poslední z neopomenutelných charakteristik tónu v hudbě je jeho délka. Každou melodii v hudbě rozdělujeme do tzv. *taktů*, které představují jakési jednotné „ohrádky“ mezi jednotlivými částmi

melodie. Budeme uvažovat nejjednodušší případ, kdy jsou všechny takty ve skladbě stejně velké (pro navození pocitu spěchu, rozhozenosti nebo čistě pro efekt občas střídáme velikosti taktů i v průběhu skladby). Zároveň budeme uvažovat takt typický pro západoevropské vnímání hudby; takt čtyřčtvrtový. Tento takt patří do všech písniček, při kterých můžeme počítat *raz, dva, tři, čtyři*. Každé z vyřknutých čísel představuje tzv. *dobu*, a řekli bychom tedy, že takt čtyřčtvrtový „počítáme na čtyři doby“. Velice zjednodušeně můžeme dobu definovat jako časový interval, ve kterém bude při oblíbené skladbě publikum na koncertě tleskat do rytmu.

Nyní si představme situaci, že umíme zahrát pouze jeden tón, ale chceme jím zaplnit jeden celý takt. Notu, která by takový tón představovala, označujeme z hlediska délky jako *notu celou* a trvá tak dlouho, jak dlouho by trvalo hráči nebo posluchači napočítat v odpovídajícím rytmu do čtyř (tedy čtyři doby). Pokud bychom chtěli jeden čtyřčtvrtový takt zaplnit dvěma stejně dlouhými notami, použili bychom tzv. *notu půlovou*, která trvá doby dvě. Její polovinou je *nota čtvrtová*, která odpovídá jedné době (proto čtyřčtvrtový takt). Následující noty *osminové, šestnáctinové a dvacítnové*. I zde tedy pozorujeme lidskou snahu vnímat logaritmičtí. V krajním případě je možné použít také notu *čtyřiašedesátinovou*, většinou se ale skladby v rychlých úsecích zapisují pomocí některých z předchozích uvedených not a pro dosažení větší rychlosti jednoduše počítáme doby rychleji.

Rychlost počítání dob označujeme jako *tempo* a udáváme jej (stejně jako například tempo srdečních ozvů) v jednotkách BPM, což je zkratka pro anglické *beats per minute*. Slovem *beat* zde¹¹ rozumíme jednu dobu, v češtině je tedy BPM ekvivalentní s počtem dob napočítaných za jednu minutu. V moderní hudbě se jako běžné tempo bere 120 BPM, tedy 30 čtyřčtvrtových taktů za minutu, ale většinou se pohybuje od 60 BPM až po 160 BPM. Tempo se také může plynule i skokově měnit, zejména v klasické hudbě, kde je proměnlivost tempa téměř všudypřítomná kvůli vyvolávání napětí či naopak uvolnění.

Tóniny

Již jsme zmínili, že akordy mohou určovat tóninu, ale nevysvětlili jsme, co to vlastně tónina je. Tónina určuje příslušnost části hudební skladby k určité *stupnici*, tedy určuje, jaké stupnici má patřit většina tónů v této části skladby – vybočující tóny mají spíše napínající funkci. Může být pro celou skladbu stejná, nebo se měnit. Změnu tóniny označujeme pojmem *modulace*. Modulacemi evokujeme změny emocí, napětí nebo uvolnění, nejistotu či naopak pocit jistoty; krátkodobé nečekané vybočení z tóniny, které se nezdá objevuje v jazzu, často činí skladbu zajímavější, jedná se totiž o prvek překvapení. Tónina je vždy shodná se stupnicí, vysvětleme si tedy, co je to stupnice; jedná se o řadu tónů v rozmezí jedné oktávy, která je uspořádaná podle určitých pravidel pro velikosti intervalů mezi sousedními tóny stupnice.

Chromatická stupnice

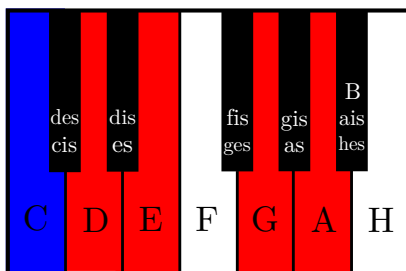
Asi nejjednodušeji definovaná stupnice je stupnice *chromatická*. Ta je poskládaná z tónů oddělených vždy jedním půltónem. Chromatické stupnici tedy odpovídá všech 12 kláves v jedné oktávě, a proto není tónika používající chromatickou stupnici v podstatě ničím omezena, může se využívat jakýkoli interval, a tedy jakákoli posloupnost tónů klaviatury. Často však porušuje přirozené vnímání hudby, plně se totiž začala používat až ve dvacátém století v novodobé kla-

¹¹Pozn.: slovo *beat* má v angličtině mnoho významů, jeden z nich je i výše zmíněný zázněj.

sické hudbě, která kvůli experimentování s hudbou zašla až daleko za chápání hudby, které je pro nás od narození přirozené.¹²

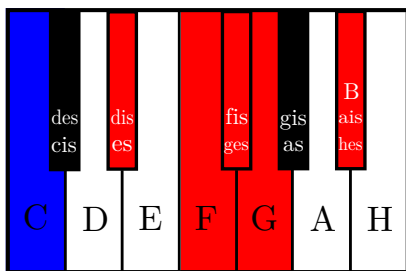
Pentatonické stupnice

Naopak historicky nejstarší a dodnes mezinárodně používanou stupnicí je tzv. *pentatonická* stupnice (na obr. 11), která tvoří základ většiny čínské a japonské hudby, nicméně lze ji najít i např. v evropských lidových písních. Jak název napovídá, tvoří ji 5 tónů, které bychom dostali, kdybychom na klavíru od základního tónu (např. C) – kterému v rámci tóniny říkáme *tónika* – odpočítávali kvinty, tedy další by bylo G, D, A a poslední E, a poté je seřadili za sebe do jedné oktávy. Výsledkem je tedy C, D, E, G, A, což je C dur pentatonická. Pokud stupnici začneme hrát od jejího posledního tónu, tedy A, C, D, E, G, dostaneme a moll pentatonickou (tónikou je v tomto případě tón A). Jejich transpozicemi získáváme durové a mollové pentatonické stupnice s jinými tónikami. Hraním pouze černých kláves klavíru získáme tóniku Fis dur nebo dis moll (záleží na tom, kam podvědomě umístíme tóniku).



Obrázek 11: Stupnice C dur pentatonická

Přidáme-li k mollové pentatonické stupnici ještě tón, který tvoří s tónikou tritón, dostaneme *bluesovou* stupnici (na obr. 12). Ta se využívá velmi často v jazzu, obzvlášť v blues. Samozřejmě vznikla v Americe společně s jazzem a blues.



Obrázek 12: Stupnice C bluesová

¹²Hudební chápání se totiž odvíjí od toho, co člověk v raném věku poslouchá, lidové písničky rozhodně chromatickou tóniku nepoužívají.

Diatonické stupnice

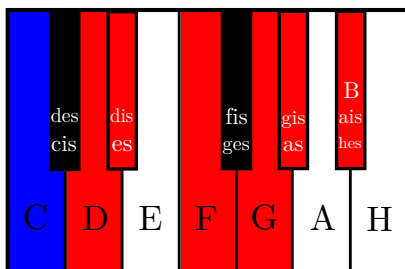
Pro západoevropskou hudbu, moderní i historickou, jsou nejdůležitější tzv. *diatonické* stupnice, které se již zcela shodují s evropským přirozeným chápáním hudby. Skládají se vždy ze sedmi tónů oddělených buď půltónem nebo tónem (dvěma půltóny). Dělí se na dvě skupiny – církevní a moderní. Pro rozlišení jednotlivých typů stupnic si nejdříve musíme definovat *tóniku*, *dominantu* a *subdominantu* stupnice. Co je tónika již víme. Dominanta tvoří s tónikou čistou kvintu, subdominanta čistou kvartu – jedná se tedy o intervaly mezi prvními vyššími harmonickými frekvencemi tóniky.

Uvažujme nyní jako tóniku tón C. Dominantou a subdominantou jsou tóny G a F. Ke každému z těchto tónů nyní vytvořme durový kvintakord – máme tedy C dur, G dur a F dur. Vypíšeme-li si všechny tóny, které je tvoří, a seřadíme je, získáme posloupnost C, D, E, F, G, A, H. Této moderní stupnici říkáme *durová* (na obr. 13). Slyšíme ji snad v každé evropské písničce.



Obrázek 13: Stupnice C durová

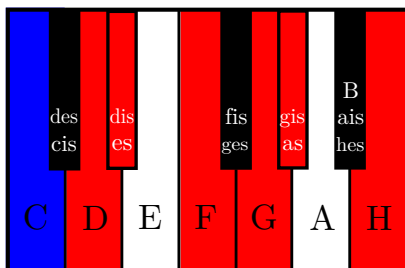
Pokud bychom vytvořili namísto durových akordů mollové akordy, získáme jinou posloupnost: C, D, Es, F, G, As, B (neboli Hes). Jedná se o další moderní stupnici, které přezdíváme *mollová aiolská* (na obr. 14).



Obrázek 14: Stupnice C mollová aiolská

Jelikož akord g moll zde ale nevytváří potřebné napětí, často se zamění s G dur,¹³ čímž vzniká nová stupnice s posloupností C, D, Es, F, G, As, H nazývaná *mollová harmonická* (na obr. 15) a připomíná hudbu z oblastí bývalé Osmanské říše.

¹³Přeměnou se z B stane H, což je jen o půltón pod tónikou C. Takovým tónům říkáme *citlivé tóny*, protože evokují napětí, po němž podvědomě očekáváme uvolnění ve formě zahrání tóniky.



Obrázek 15: Stupnice C mollová harmonická

Taková stupnice má však mezi dvěma posledními tóny rozdíl větší než jeden tón, což vyřešila západoevropská hudba zvýšením předposledního stupně o půltón při hraní zespoda nahoru a snížením posledního při hraní sestupněm (kdy odpovídá stupnici mollové aiolské). Název této stupnice je *mollová melodická*.

Církevní neboli *modální* stupnice používají tóny stupnice durové, avšak mění se tón (*modus*), na kterém se nachází tónika, čímž se mění i posloupnost intervalů mezi jejími tóny. Například stupnice aiolská by z durové (v církevním označení *jónské*) stupnice vznikla přenesením tóniky na předposlední tón.

Existuje mnoho dalších stupnic, které však již západoevropská hudba téměř nepoužívá (např. cikánská stupnice, indonéské stupnice, atd.).

Závěr

V tomto Výfučení jsme se pokusili co nejlépe vysvětlit základy hudební teorie. Začali jsme definicí tónů a jejich fyzikálních/hudebních charakteristik, jejichž vzájemné vztahy tvoří v podstatě celou konstrukci hudby. Vysvětlili jsme si, proč existuje několik druhů ladění a na jakém principu fungují. Pokračovali jsme tématem souzvuků, u kterých umíme určit, jak moc našemu sluchu „lahodí“, kdy tvoří akord a jaká je hudební funkce akordů. V pokračování jsme si ještě vysvětlili, jak různé vzájemné vztahy tónů vytváří různé tóniny, a představili jsme si několik příkladů stupnic. Jelikož je naše chápání hudby však z velké části založeno i emocionálně, je nemožné vysvětlit ji celou pouze pomocí fyziky a matematiky.

Tomáš Patsch
patscht@vyfuk.org

Šimon Bláha

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.