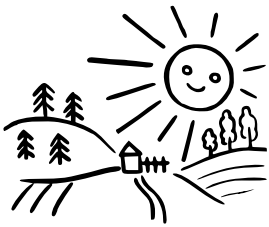
Úloha IX.2 ... Délka stínu

10 bodů; průměr 6,89; řešilo 18 studentů



Organizátoři si všimli, že v létě, když je jasno, je na sluníčku hodně teplo. Napadlo je proto spočítat, kdy na Zemi v našich zeměpisných šířkách dopadá nejvíce energie ze Slunce. Největší množství záření na Zemi dopadá ve chvíli, kdy je Slunce nejvýše na obloze.

Pomozte organizátorům tak, že změříte, kdy je pravé poledne a jak vysoko nad obzorem je Slunce v tento čas. Měření proveďte pomocí tyče kolmé k zemi s délkou minimálně 50 cm. *V průběhu letních prázdnin (v rozmezí alespoň jednoho měsíce) minimálně dvakrát změřte čas, kdy bude stín tyče nejkratší, a délku tohoto stínu. Poté spočítejte, jak vysoko nad obzorem bylo Slunce a o kolik se tato výška během prázdnin změnila.*

Teorie

Výška Slunce se značí řeckým písmenem δ, měří se ve stupních a značí úhlovou vzdálenost mezi Sluncem a horizontem. V průběhu roku se mění v závislosti na vzájemné pozici Země a Slunce a také v závislosti na místě a času, kdy ji měříme.

Maximální výška Slunce udává, kdy nastává pravé poledne. V průběhu roku se mění její velikost – v zimě je úhel nejmenší a v létě je nejvýše. Zároveň málokdy nastává na „úředně“ dané poledne např. v létě nastává až o hodinu později. Osa otáčení Země je také nakloněna pod úhlem 23,5° od kolmice k ekliptice, tudíž neplatí, že na rovníku máme Slunce vždy „nad hlavou“, tedy ve výšce 90°.

Výsledky umíme hrubě odhadnout jen pomocí data, kdy měření provádíme. K tomu nám slouží dva význačné dny – letní a zimní slunovrat. Letní slunovrat nastává 21. června a zimní 21. prosince. Tyto dny jsou určeny vlastnostmi spjatými se vzájemnou polohou Země a Slunce, právě celoročním maximem či minimem výšky Slunce. Jelikož měření provádíme již po letním slunovratu, měla by se délka stínu v průběhu několika dní zvětšovat, a tím pádem výška Slunce snižovat.

V experimentu nás zajímá délka tyče a jejího stínu a z pravoúhlého trojúhelníku lze určit, že výšku Slunce umíme spočítat ze vztahu

$$\delta = \operatorname{arctg} \frac{l_0}{l},$$

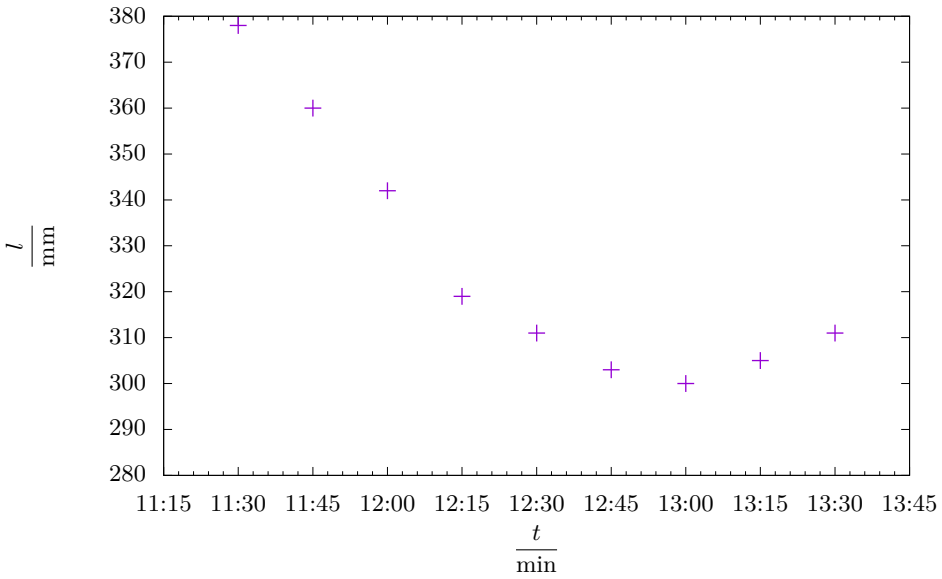
l je námi naměřená délka stínu a použili jsme goniometrickou funkci arkus tangens.

Měření

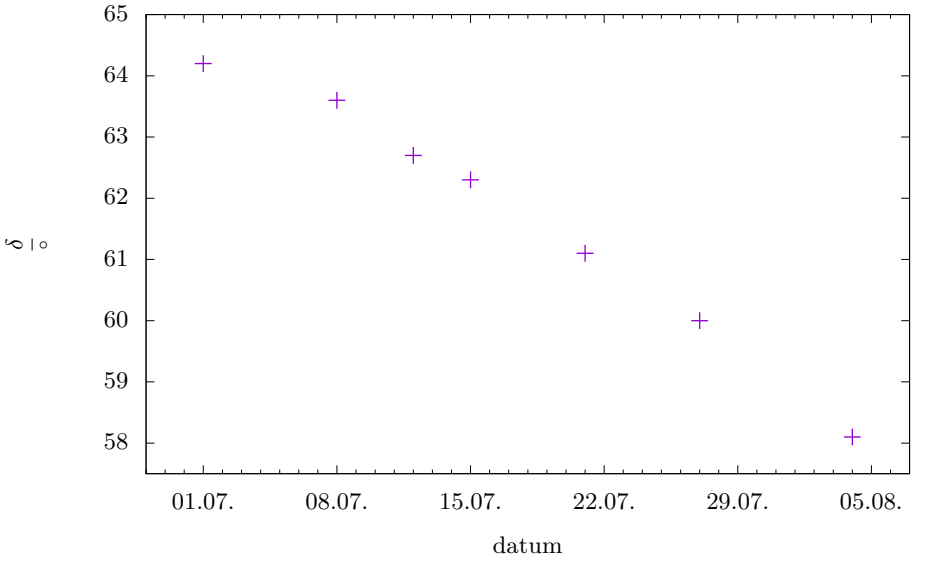
Postupovali jsme podle doporučeného postupu. Tyčku jsme zatloukli do země a pomocí vodováhy zkontrolovali, že má svislý směr a její okolí je vodorovné. Délka vyčuhující části tyče činila $l_0 = 62\,\text{cm}$.

První měření jsme učinili 1. 7. v 11:30 a v čtvrthodinových intervalech měřili délku stínu, poslední měření téhož dne jsme učinili ve 13:30. Graf 1 zachycuje závislost délky stínu v závislosti na čase.

Je zřejmé, že minima délka tyče dosáhla v 13:00, tudíž na okolí tohoto času se zaměříme. V průběhu několika dalších dní jsme zopakovali měření stínu v okolí času 13:00 a naměřili jeho minimální hodnotu. Z naměřených hodnot jsme vypočetli výšku Slunce a zanesli do grafu 2.



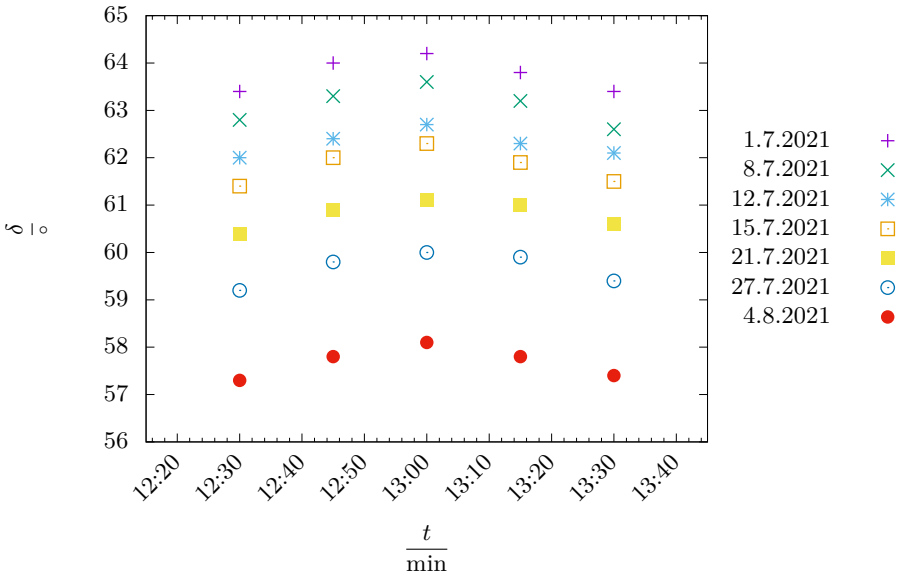
Obrázek 1: Naměřené délky stínu tyče o $l_0 = 62\,\text{mm}$ v závislosti na čase.



Obrázek 2: Naměřené výšky Slunce v několika letních dnech roku 2021.

Z grafu je zřejmé, že v průběhu července se maximální výška Slunce snižovala, což souhlasí s teorií, jelikož jsme měření prováděli po letním slunovratu.

Pro určení doby pravého poledne jsme do grafu 3 vynesli průběh výšky Slunce v různých dnech v závislosti na čase. Z grafu pak lze odečíst, kdy v různých dnech nastane poledne.



Obrázek 3: Průběh výšky Slunce v mnoha letních dnech.

Měření samozřejmě není bez nepřesností. Původci chyb mohou být samotná tyč, která, pokud není dokonale kolmá, může zavádět systematickou chybu, stejně může nepřesnosti způsobovat i měřící plocha, jestliže není dokonale vodorovná, a měření délky stínu. Samotné měření mohl znepříjemňovat aktuální stav oblohy, pokud bylo zataženo nebo pršelo, v takovém případě nebylo možné experiment provádět.

Hlavní nepřesnost bude zanášet měření délky stínu. Stín na povrchu země není dokonale ostrý, tudíž nelze přesně určit jeho přesný konec. Vzniká otázka, v jaké části přechodu stínu můžeme odečíst délku. Zároveň jsme k měření používali svinovací metr, který není dokonale tuhý a v závislosti na množství nerovností na povrchu se může naměřená hodnota od té reálné nepatrně lišit.

Zavedeme ke každé hodnotě vrchní hranici nejistoty, kterou by chyba měření neměla překročit. Nejprve měření délky stínu. Přechodná část stínu je přibližně centimetr a konec stínu jsme odečítali přibližně z jejího středu. To nám přibližně určí rozsah nejistot, tedy že maximální nejistota může být $u_l = \pm 0{,}5\,\mathrm{cm}$, což je relativní nejistota v nejhorším případě cca 2 %.

Dále určíme nejistotu úhlu δ. Potkáváme zde funkci arctg, nicméně platí, že $\operatorname{arctg}(x) < x$ pro $x > 0$. Dokonce míra stoupání funkce arctg je menší než stoupání funkce x pro kladné x. Můžeme proto odhadnout nejistotu δ tak, že počítáme, že δ bude mít stejnou relativní nejistou jako l, tedy nejvýše 2 %. Dostáváme tak absolutní nejistotu nejvýše cca $u_\delta = 1°$. Detailněj-

ší výpočet nejistoty se zahrnutím funkce arctg by vyžadoval aplikaci Gaussova zákona šíření nejistot.

Naposled ještě odhadneme nejistotu času. Měřili jsme v intervalu 15 min, takže nejistota určení času je polovina tohoto intervalu: $u_t = \pm 7{,}5\,\text{min}$.

Závěr

V průběhu měsíce jsme úspěšně změřili výšku Slunce nad obzorem. Pravé poledne nastává v období července/srpna o hodinu později, tedy přibližně v 13:00. Maximální výška Slunce se v průběhu měřeného období snižovala od 64° po 58°.

Patrik Kašpárek
patrik@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.