

## Úloha VI.3 ... Záludná lodička

6 bodů; průměr 3,63; řešilo 27 studentů

Mějme nádobu tvaru krychle o hraně délky 30 cm, která je z jedné desetiny naplněna vodou. Jestliže do ní vložíme lodičku tvarem přibližně odpovídající kvádru o rozměrech  $25 \times 7,0 \times 7,0$  cm a s poloviční hustotou ve srovnání s vodou, bude lodička na hladině plovat? Jaký objem vody by bylo třeba minimálně v nádobě mít, aby lodička plovla?

Archimédův zákon tvrdí, že vztlaková síla působící na těleso ponořené do kapaliny je rovna tíze kapaliny, kterou těleso vytlačilo. Poměr objemu ponořené části tělesa  $V_p$  ku celkovému objemu tělesa  $V$  tak můžeme vyjádřit z rovnice

$$V_p \rho g = V_t \rho_t g,$$

$$\frac{V_p}{V} = \frac{\rho_t}{\rho},$$

kde  $\rho_t = \rho/2$  je hustota tělesa, která je oproti hustotě vody  $\rho$  poloviční. Po dosazení tak dostáváme poměr objemu ponořené části ku celkovému objemu tělesa

$$\frac{V_p}{V} = \frac{\rho}{2\rho},$$

$$\frac{V_p}{V} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_p = \frac{V}{2}.$$

Nás ovšem zajímá, zda loďka klesne až ke dnu, tedy chceme určit její hloubku ponoru. To uděláme velmi jednoduše vyjádřením objemu jako součinu podstavy a výšky, tedy

$$Sh_p = \frac{Sh}{2},$$

$$h_p = \frac{h}{2}.$$

Získali jsme hloubku ponoru lodi. Loďka ale při ponoru vodu okolo sebe vytlačí, ať už se potopí, nebo ne, tedy potřebujeme spočítat, do jaké výšky vystoupá voda v nádobě, pokud by naše loďka klesla až na dno. Bude-li to více než polovina výšky lodičky (hloubka ponoru z předchozího výpočtu), loďka bude plovat, protože se přebytečná voda ve skutečnosti nalije pod ni.

Zajímá nás tedy výška hladiny  $h_v$ , pokud známe objem vody  $a^3/10$  a plochu podstavy nádoby  $a^2$ , kde  $a = 0,3$  m je délka hrany nádoby, od které odečteme plochu podstavy lodičky  $b \cdot c$ , kde  $b = 0,25$  m a  $c = 0,07$  m jsou strany podstavy lodičky.

$$\frac{a^3}{10} = (a^2 - bc)h_v$$

$$h_v = \frac{a^3}{10(a^2 - bc)}$$

Nakonec se ptáme na minimální objem vody potřebný k tomu, aby loďka plovla. Ten vypočteme z předchozí rovnice v neupraveném tvaru, pouze místo  $a^3/10$ , což je původní objem vody, dosadíme  $V_v$  jako náš zjišťovaný objem. A místo  $h_v$ , tedy zadané výšky hladiny po ponoru lodičky, dosadíme  $h_p$ , což je hloubka ponoru loďky, tedy minimální výška hladiny po ponoru lodičky, při které již může plovat

$$V_v = (a^2 - bc)h_p.$$

Obecné řešení máme za sebou, hurá dosadit zadané hodnoty. Hloubka ponoru loďky je  $h_p = 0,07 \text{ m} / 2 = 0,035 \text{ m}$ . Výška hladiny při zadaném objemu vody po ponoření lodičky bude

$$h_v = \frac{(0,3 \text{ m})^3}{10 ((0,3 \text{ m})^2 - 0,25 \text{ m} \cdot 0,7 \text{ m})} \doteq 0,037 \text{ m},$$

to je více než hloubka ponoru, lodička tedy bude plovat. Zbývá nejmenší objem nutný pro plování lodičky

$$V_v = ((0,3 \text{ m})^2 - 0,25 \text{ m} \cdot 0,7 \text{ m}) \cdot 0,035 \text{ m} \doteq 0,0025 \text{ m}^3 = 2,5 \text{ l}.$$

*Soňa Husáková*  
sona@vyfuk.org

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.