

Úloha IV.E ... Voda je nenahraditelná 7 bodů; průměr 4,96; řešilo 27 studentů

Změřte hustotu vody takzvanou substituční metodou. To znamená: vytvořte pevné těleso, které má stejnou hustotu (podíl celkové hmotnosti ku celkovému objemu) jako voda (to poznáte tak, že pokud ho nahradíme vodou, nic se nestane, jinak řečeno: nebude stoupat ani klesat, i když bude zcela ponořeno). Změřte přímo jeho hustotu vážením a měřením a zdokumentujte váš postup výroby.

Svou technologii proveďte vyrobením druhého tělesa pro změření hustoty jiné kapaliny dle vašeho výběru (oleje, medu, octa či čehokoli jiného, zdraví neškodného).

Výsledky poté ověřte u obou kapalin přímým měřením objemu a hmotnosti. Tabulkové hodnoty zde nemají využití, zaměřte se spíše na míru nejistoty vašeho výsledku u obou metod.

Úvod

Substituční metoda spočívá v nahrazení (odtud název „substituční“) něčeho, co nezvládneme změřit, jinou věcí, kterou schopni měřit jsme, a v tomto případě dokonce i měnit její vlastnosti. U našeho měření bude nejlepším řešením najít těleso s pevně daným objemem, do kterého budeme přidávat závaží do té doby, než bude mít stejnou hustotu jako voda, a tedy se potopené nebude ani vynořovat, ani potápět hlouběji.

Fyzika za tímto jevem je velice jednoduchá, pokud víme, jaké síly na naše ponořené těleso působí. Jednou z nich je síla tíhová, kterou určíme jako $F_G = m \cdot g$. Druhou, komplikovanější silou je tlaková síla hydrostatického vztlaku.

Její výpočet také není složitý: $F_{vz} = V \cdot \rho \cdot g$. Těleso, které jsme vnořili do kapaliny, se nebude pohybovat právě tehdy, když výslednice všech sil na něj působících bude mít nulovou velikost. Jinými slovy, pokud se velikost tíhové síly bude rovnat velikosti síly vztlakové. Proto tyto dvě síly porovnáme:

$$F_G = F_{vz},$$

$$m_{\text{tělesa}} \cdot g = V_{\text{tělesa}} \cdot \rho_{\text{kapaliny}} \cdot g.$$

Všichni jistě víme, že hmotnost je součin objemu a hustoty.

$$V_{\text{tělesa}} \cdot \rho_{\text{tělesa}} \cdot g = V_{\text{tělesa}} \cdot \rho_{\text{kapaliny}} \cdot g$$

Pokud zkrátíme vše, co jde, dostaneme podmínku, kterou když splníme, bude těleso plovat kdekoli v kapalině.

$$\rho_{\text{tělesa}} = \rho_{\text{kapaliny}}$$

Hustotu $\rho_{\text{tělesa}}$ spočítáme snadno pomocí vzorečku $\rho = m/V$, a tím zjistíme i hustotu kapaliny.

Pomůcky a jejich příprava

K měření jsme využili dva kusy PVC trubky, na oba konce každé trubky jsme silikonem přilepili kolečko vystřižené z lina. Jedna trubka má průměr $(11,10 \pm 0,05)$ cm a délku $(22,00 \pm 0,05)$ cm. Jí budeme měřit hustotu vody, kterou si napustíme do kbelíku. Druhá trubka byla komplikovanější, protože jsme nechtěli vyplývat velké množství oleje, který jsme si zvolili jako druhou kapalinu. Využili jsme tedy speciální hrnec, který je vysoký a má tvar válce. Druhou

trubku jsme proto koupili jen s průměrem $(7,50 \pm 0,05)$ cm a délkou $(20,00 \pm 0,05)$ cm, aby se vešla do hrnce. Stačilo již jen do trubek vyvrtat díry pro plnění závažím, za které jsme zvolili písek. Jednu z použitých trubek můžete vidět na obrázku 1.



Obrázek 1: Příklad měřicího přístroje.

Měření

Vodu i olej jsme si na začátku předeřhřáli na $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. V obou případech jsme do trubek sypali písek do doby, než se potápěly, a poté jsme ubrali pět gramů písku a zkusili válec potopit znovu. Když se trubka nevynořovala, ani nepotápěla, osušili jsem ji a následně celou zvážili. Nejmenší dílek měření tvořilo 5 g, protože to je nejmenší hmotnost, která změní chování válce. Šlo by měřit i po menších dílcích, avšak poté není poznat, zda válec ovlivňuje hustota, nebo proudy v kapalině. Nejistota naší váhy je oproti této nejistotě zanedbatelná.

Dírku na sypaní písku jsme pokaždé zalepili izolepou. Větší válec se ve vodě potápěl s hmotností 2 105 g, 2 100 g bylo ideální a 2 095 g už bylo málo. Pro menší válec v oleji jsme tedy ideální hmotnost změřili jako (805 ± 5) g, kde nejistota 5 g je mezní (maximální uvažovaná).

Výpočet

Všichni jistě známe vzoreček $m = V \cdot \rho$ pro výpočet hmotnosti z objemu a hustoty. V našem případě m značí hmotnost celého válce i s podstavou a závažím, V je objem válce. Z tohoto vzorečku vyjádříme hustotu a místo V dosadíme vztah pro výpočet objemu válce.¹

$$\rho = \frac{m}{\pi \cdot r^2 \cdot h}$$

Do hmotnosti musíme započítat samozřejmě válec i závaží. Proto jsme při pokusu měřili celkovou hmotnost.

U vody dostáváme hustotu $(986 \pm 13) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a u oleje $(911 \pm 20) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Po tomto měření jsme ještě měřili hustotu přímo. Zvážili jsme odměrný válec a nalili jsme do něj vodu a po vysušení olej. Hmotnost jednoho litru vody byla 996 gramů a litru oleje 917 gramů. Použitý odměrný válec měl nejmenší dílek 10 ml a naše váha měří s přesností na jeden gram. Protože jsme

¹kruhové podstavy krát výška neboli $V = S \cdot h = \pi r^2 h$.

odměřili přesně litr, hustoty se budou snadno počítat. Pro hustotu vody tak dostáváme $(996 \pm 5) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a pro olej $(917 \pm 5) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Pro výpočet nejistoty měření jsme ve všech případech použili vzorec pro skládání nejistot ze článku Hokus Pokus na našich webových stránkách.

Diskuze

K nepřesnostem měření přispěly především chyby při měření délek, poloměrů a hmotností trubek. Nejmenší jednotky našich měřicích přístrojů byly milimetry a gramy.

Je složité zjistit přesnou hmotnost, pro jakou tělesa plovou, protože jsou ovlivněna i proudy ve vodě. Trubky nemusely být přesně uříznuté a jejich otvor kruhový. Dále se mohlo při potopení deformovat lino tvořící podstavy válců. Větší odchylka měření hustoty oleje pochází z menšího průměru trubky, nepřesnost tedy narostla v poměru k průměru.

Závěr

Měření hustot kapalin substituční metodou je jedna z možností měření hustot, ale existují i jiné a přesnější způsoby, jako například změření obsahu a hmotnosti. U této přímé metody jsme díky jednoduššímu postupu eliminovali většinu nepřesností, a tím pádem máme důvěryhodnější výsledek. To se dle očekávání projevilo na menší nejistotě měření v metodě přímé. Oba naše výsledky se nicméně v rámci přesnosti shodují.

Martin Kysela
martink@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.