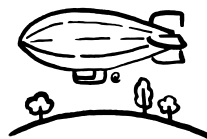


Úloha IV.5 ... Vzducholod'

7 bodů; průměr 5,90; řešilo 29 studentů

Vzducholodě mají velmi náročný život. Vztlková síla zodpovědná za jejich let se obvykle lehce spočítá, nicméně v případě vzducholodě se vnější a dost často i vnitřní podmínky během letu mění. Aby vzducholod' nespadla, musí se tedy neustále regulovat příliv horkého vzduchu.



Představte si třeba, že vzducholod' vylétne ráno, kdy je teplota vzduchu $T_1 = 5,00^\circ\text{C}$ a jeho hustota je $\rho_0 = 1,268\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Uvažujme např. vzducholod' Hindenburg o objemu plynu $V = 200\,000\text{ m}^3$, která je naplněna vodíkem s hustotou $\rho_1 = 0,0872\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Hmotnost konstrukce vzducholodi je $m = 50\text{ t}$.

1. Jakou užitečnou hmotnost unese?

Uplyne nějaký čas a již je odpoledne, okolní vzduch se oteplí na $T_2 = 10,0^\circ\text{C}$, zatímco tlak zůstane zhruba stejný.

2. Oteplením se ale změní hustota vzduchu, vypočítejte jak moc, je-li počáteční hustota vzduchu rovna ρ_0 .

Pro výpočet můžeme považovat vzduch za tzv. ideální plyn, pro který platí tzv. Gay-Lussacův zákon. Tento zákon říká, že pro objem ideálního plynu V a jeho teplotu T platí, že jejich poměr je za stálého tlaku konstantní, tedy

$$\frac{V}{T} = \text{konst.}$$

Pozor, aby tento vzorec platil, musíte použít teplotu v jednotkách Kelvin (tzv. termodynamická teplota). Po této atmosférické změně však vzducholod' musí něco udělat, nebo spadne.

3. Jakou hustotu musí mít vodík, aby se rozepjal dost na to, aby ani při zvýšené teplotě okolního vzduchu vzducholod' neklesala? Nezapomeňte, že objem vaku s vodíkem se mění, ale hmotnost vzducholodi zůstává konstantní.

Hustotu vodíku mohou technici ve vzducholodi regulovat pomocí teploty – mohou vodík zahřívat nebo ochlazovat pomocí kotlů. Tlak vodíku ve vzducholodi musí přitom zůstat stejný jako vnější atmosférický tlak, který uvažujeme, že se nemění.

4. Na jakou teplotu musí zatopit ve vzducholodi, aby se vodík dostal na požadovanou hustotu? Počítejte, že vodík se chová jako ideální plyn.

Nebezpečí vzducholodí poháněných vodíkem spočívá ve velké vznětlivosti tohoto prvku. Ani používáním nevýbušného prvku se však všem nebezpečím nevyhneme. Může se totiž stát, že např. vlivem silného slunečního svitu se plyn ve vzducholodi ohřeje a vzducholod' začne stoupat. Kvůli slunci ztratí technici možnost chladit vodík a začne jim hrozit velké nebezpečí: vzducholod' může prasknout.

Samozřejmě, tomuto jevu se můžou technici bránit upuštěním vodíku. Je však třeba reagovat rychle.

1. Vzducholoď nadnáší vztlaková síla a k zemi ji táhne síla tíhová. Užitečnou hmotností m_u bude vzducholoď naložena tehdy, když nastane rovnováha mezi těmito silami (při vyšších hmotnostech už by tíha překonala vztlakovou sílu a vzducholoď by nemohla vzlétnout). Při výpočtu tíhové síly nesmíme zapomenout na hmotnost helia.

$$\begin{aligned} V\rho_0 g &= (V\rho_1 + m + m_u)g \\ m_u &= V(\rho_0 - \rho_1) - m = 186 \text{ t} \end{aligned}$$

2. Tato část úlohy lze asi nejlépe vyřešit tak, že se zaměříme na nějakou oblast o objemu ΔV vyplněnou vzduchem o hmotnosti Δm s hustotou ρ_0 tak, že samozřejmě platí:

$$\rho_0 = \frac{\Delta m}{\Delta V}.$$

Když nyní zvýšíme teplotu na T_2 , objem této části vzduchu se zvětší podle rovnice v zadání, která platí pro děje v ideálním plynu za konstantního tlaku. Nesmíme zapomenout na to, že je do vzorce třeba dosazovat teplotu vyjádřenou v Kelvinově stupnici, která funguje stejně jako Celsiova, jen je vůči ní posunuta tak, aby 0 K odpovídalo nejnižší možné teplotě, tzv. *absolutní nule*, která odpovídá přibližně $-273,15^\circ\text{C}$. Převodní vztah mezi těmito stupnicemi tedy je:

$$\frac{T}{[\text{K}]} = \frac{T}{[^\circ\text{C}]} + 273,15.$$

Vraťme se nyní zpět k výpočtu hustoty. Již jsme zmínili, že pro změnu objemu vzduchu platí:

$$\frac{\Delta V}{T_1} = \frac{\Delta V'}{T_2},$$

přičemž jeho hmotnost po oteplení samozřejmě zůstane stejná. Nová hustota vzduchu potom bude:

$$\begin{aligned} \rho'_0 &= \frac{\Delta m}{\Delta V'} = \frac{\Delta m}{\Delta V} \frac{T_1}{T_2}, \\ \rho'_0 &= \frac{T_1}{T_2} \rho_0 = 1,25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}. \end{aligned}$$

3. Vzducholoď nesmí klesat, proto musí být stále splněna podmínka z části 1, tedy:

$$V'\rho'_0 g = (V'\rho'_1 + m + m_u)g,$$

kde V' a ρ'_1 jsou pozměněný objem a hustota vodíku ve vzducholodi. Pro tyto dvě veličiny platí vztah:

$$\begin{aligned} M &= V'\rho'_1 = V\rho_1, \\ V' &= V \frac{\rho_1}{\rho'_1}, \end{aligned}$$

neboť hmotnost vodíku ve vzducholoďi se nemění. S využitím tohoto vztahu a výsledků z předchozích částí úlohy snadno zjistíme, že pro požadovanou hustotu vodíku platí:

$$V \frac{\rho_1}{\rho'_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \rho_0 g = (V \rho_1 + m + (V \rho_0 - V \rho_1 - m)) g$$

a když vykrátíme g z obou stran rovnice a poté odečteme shodné členy, zůstane nám

$$V \frac{\rho_1}{\rho'_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} \rho_0 = V \rho_0 ,$$

takže můžeme podělit součinem $V \rho_0$ a dostat na pravé straně jedničku. Převedením ostatních proměnných mimo hledané ρ'_1 na tuto stranu dostáváme výsledek:

$$\rho'_1 = \frac{T_1}{T_2} \rho_1 = 0,0857 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} .$$

4. Mohli bychom opět dosadit do Gay-Lussacova zákona a v podstatě zopakovat postup z části 2, nebo si rovnou všimneme, že výsledek z části 3 má stejný tvar jako výsledek z 2., který popisuje změnu hustoty při změně teploty z T_1 na T_2 za konstantního tlaku. Jinými slovy: v závěru minulé části jsme obdrželi obdobnou rovnici pro vodík jako tu, která platí pro okolní vzduch, a v obou hraje roli pouze závislost na teplotách okolního vzduchu. To může znamenat, že vodík má před i po změně hustoty stejnou teplotu, jako okolí. To si můžeme ostatně ověřit zavedením neznámé teploty vodíku T'_2 , přičemž T'_1 jako teplota vodíku *před* ohřevem vzduchu bude právě rovna T_1 , s čímž počítáme již od začátku.

$$\rho'_1 = \frac{T_1}{T_2} \rho_1 = \frac{T'_1}{T'_2} \rho_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{T'_1}{T'_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T'_2 = T_2$$

Vodík je tedy třeba ohřát na stejnou teplotu, jako je teplota okolního vzduchu, tedy na 10°C . Díky tomu navíc víme, že pokud se teploty v důsledku vnějších vlivů nezmění, vzducholoď zůstane ve své letové hladině, protože vzduch nebude plavidlu předávat teplo ani naopak.

Jiří Kohl
jirkak@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.