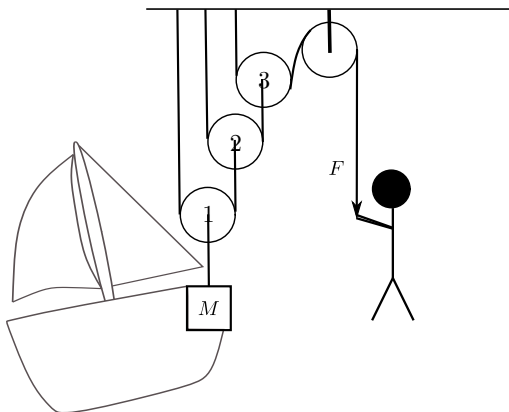


Úloha IV.4 ... Archimédův kladkostroj 6 bodů; průměr 5,38; řešilo 40 studentů

Těžko dohledat, kdy lidé objevili fyzikální princip kladky. Spojení kladek do kladkostroje však poprvé podle pověsti vymyslel již Archimédes, když s jeho pomocí dokázali obyvatelé Syrakus zavléct plně naloženou nákladní loď do přístavu.

Jeden příklad soustavy kladek se nazývá přímo Archimédův kladkostroj a vypadá jako n volných kladek zapojených vždy jedna na druhou spolu s jednou pevnou kladkou. Kladkostroj pro $n = 3$ můžete vidět na obrázku.



Obrázek 1: Archimédův kladkostroj

Aby Archimédes přesvědčil obyvatele Syrakus o užitečnosti svého vynálezu, využil kladkostroj, aby sám nadzvedl celou loď. Kolik volných kladek musel Archimédes takto zapojit za sebe, pokud dokáže tahat silou nejvýše $F = 500 \text{ N}$ a potřebuje nadzvednout loď o hmotnosti $M = 200 \text{ t}$?

Podívejme se na první volnou kladku, ke které je přímo připevněná loď. Sílu, jíž na tuto kladku loď působí, označme jako $F_0 = Mg$. Kladka sílu F_0 rozkládá na dvě lana. Pokud bychom tedy tahali jen za jedno, budeme muset kvůli zvednutí lodě do určité výšky působit silou poloviční velikosti, zato však po dvojnásobné dráze.

Stejnou úvahu můžeme provádět opakovaně, takže každá další volná kladka potřebnou sílu vydělí dvěma. Zajímá nás, kolikrát budeme muset sílu F_0 rozpůlit, dokud nebude menší než největší síla, kterou je schopný vyvinout Archimédes. To můžeme snadno zjistit dosazením do jednoduché logaritmické rovnice, případně si pomoci postupným násobením síly F (a úlohu řešit iterativně). Rovnice vypadá následovně:

$$\begin{aligned}\frac{F_0}{2^n} &= F \Rightarrow \frac{F_0}{F} = 2^n, \\ \log_2 \frac{F_0}{F} &= n, \\ n &= \log_2 \frac{200\,000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{500 \text{ N}} \doteq 11,94.\end{aligned}$$

Archimédes by v ideálním případě potřeboval alespoň 12 volných kladek.

Viktor Materna
materna@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.