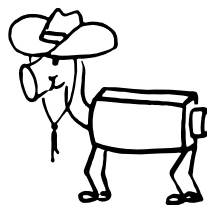


## Úloha IV.3 ... Odplata

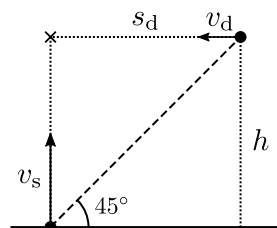
6 bodů; průměr 4,42; řešilo 33 studentů

Výfuček zbožňuje kovbojské historky, hlavně je-li sám hlavním hrdinou. Nejraději vypráví, jak sám zatočil s nezvaným pozorovatelem. V dávných dobách, kdy ještě nikdo soudně neřešil sestřelení dronu kamenem, spatřil kovboj Výfuček pod úhlem  $45^\circ$  ve vodorovné vzdálenosti 80,0 m cizí dron, jak mu rychlostí  $39,6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  vodorovně letí okoukat měření experimentální úlohy. Jal se tedy bleskově zkonstruovat odstředivý prak, aby dron sestřelil právě ve chvíli, kdy prolétal nad ním. Kolik času na sestavení praku Výfuček měl, aby dron ještě stihl trefit, letí-li střela z praku počáteční rychlostí  $44,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ? Kdyby prak dokázal vyrobit mnohem rychleji, jak brzy od spatření dronu už může střilet, aby ho sestřelil? Jak by se situace změnila, pokud by mohl Výfuček vystřelit kámen mnohem rychleji? Jaký je pak nejdelší časový úsek, který má k sestavení praku teoreticky k dispozici? A je vůbec Výfučkova historka reálná?



Označme si dráhu a rychlost dronu jako  $s_d$  a  $v_d$ , rychlost střely jako  $v_s$  a výšku, ve které se dron pohybuje, pomocí  $h$ . Dron vidíme pod úhlem  $45^\circ$ , což znamená, že se v našem problému vyskytuje čtverec, neboli platí  $s_d = h$ .

Střela vylétává rychlostí  $v_s = 44,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , přičemž při svém výstupu vzhůru zpomaluje. To znamená, že výšku  $h$  můžeme vyjádřit jako  $v_s t_s$ . Od ní odečteme dráhu ztracenou zpomalováním.



$$h = v_s t_s - \frac{1}{2} g t_s^2$$

$$0 = -\frac{1}{2} g t_s^2 + v_s t_s - h$$

Z tohoto vztahu potřebujeme vyvodit  $t_s$ , abychom věděli, jak dlouho bude střela stoupat, čehož dosáhneme pomocí diskriminantu.

$$D = v_s^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}g\right) \cdot (-h) = v_s^2 - 2gh$$

$$t_s = \frac{-v_s \pm \sqrt{v_s^2 - 2gh}}{-g}$$

$$t_s = \frac{-44,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \pm \sqrt{(44,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 - 2 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 80,0 \text{ m}}}{-9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

$$t_{s1} \doteq 2,53 \text{ s}$$

$$t_{s2} \doteq 6,44 \text{ s}$$

Zde dostáváme dva výsledky, protože střela letí nejprve nahoru a poté i dolů, což znamená, že se ve výšce  $h$  objeví dvakrát.

Čas, který má Výfuček na sestavení praku, nyní získáme odečtením doby letu kamene od doby letu dronu:

$$t_1 = \frac{s_d}{v_d} - t_{s1} = \frac{80,0 \text{ m}}{11,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} - 2,53 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 4,74 \text{ s},$$

$$t_2 = \frac{s_d}{v_d} - t_{s2} = \frac{80,0 \text{ m}}{11,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} - 6,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \doteq 0,836 \text{ s}.$$

Výfuček tedy má 4,74 s na to, aby prak postavil, popřípadě 0,83 s za předpokladu, že by dokázal sestavit prak a vystřelit kámen mnohem rychleji.

Kdyby dokázal prakem udělit střele výrazně vyšší počáteční rychlost, mohl by mít na stavbu praku více času, vždy ale maximálně do doby, než bude dron přímo nad ním (pokud chce stále sestřelit dron přímo nad sebou), tedy vždy bude mít méně času než

$$t_{\max} = \frac{s_d}{v_d} = \frac{80,0 \text{ m}}{11,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} \doteq 7,27 \text{ s}.$$

V každém případě se ale jedná o smyšlenou historku, protože tyto časy jsou moc krátké na to, aby Výfuček prak dokázal reálně postavit.

*Adam Krška*  
adam@vyfuk.org

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.