

Úloha III.5 ... Židle s kolečky

7 bodů; průměr 4,72; řešilo 32 studentů

Robert o hmotnosti $m = 62 \text{ kg}$ má otočnou židli o hmotnosti $m_z = 8 \text{ kg}$ a rád na ní cestuje. Odráží se o stůl o hmotnosti $m_s = 35 \text{ kg}$ uprostřed pokoje. Jestliže se Robert odrazí rychlostí $v = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, odcestuje do vzdálenosti $s = 0,5 \text{ m}$.



1. Jak velká brzdná síla na židli působí?
2. Jakou rychlost má stůl těsně potom, co se od něj Robert odrazí?
3. Jak daleko docestuje stůl, pokud je brzdící síla stejná pro stůl i pro židli? A jak daleko, pokud je pro oba síla úměrná tlakové síle na podložku?

1. K nalezení brzdné síly použijeme druhý Newtonův zákon $F = (m + m_z)a$, který však vyžaduje znalost zrychlení. K jeho nalezení vyjdeme ze známého vzorce pro dráhu rovnoměrně zpomaleného pohybu

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2,$$

kam za čas ze vzorce pro zrychlení dosadíme $t = \Delta v / a$, čímž dostaneme

$$s = \frac{v_0 \Delta v}{a} - \frac{\Delta v^2}{2a}.$$

Když si uvědomíme, že zpomalujeme až na nulovou rychlost, a tudíž platí $v_0 = \Delta v$, vzorec se nám zjednoduší do podoby, ze které již snadno vyjádříme zrychlení a .

$$s = \frac{v_0^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s}$$

Stačí dosadit hodnoty ze zadání (v_0 je v našem případě počáteční rychlost $v = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) a dostáváme zrychlení

$$a = \frac{(2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 0,5 \text{ m}} = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

Teď již známe všechny potřebné hodnoty, abychom dosadili do výše zmíněného Newtonova zákona. Nesmíme zapomenout dosadit celkovou hmotnost, tedy $m + m_z$. Pak dostáváme

$$F = (m + m_z)a = (62 \text{ kg} + 8 \text{ kg}) \cdot 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} = 280 \text{ N}.$$

Židli tedy brzdí síla o velikosti 280 N .

2. Při hledání rychlosti stolu těsně po odrazu u nám bude nápomocen zákon zachování hybnosti, který říká, že celková hybnost izolované soustavy (v našem případě soustava Robert, stůl, židle) je konstantní. Při aplikaci na tento konkrétní příklad tak vlastně říká, že celková hybnost po odrazu bude nulová, neboť před odrazem tomu bylo stejně. Když zohledníme i směry jednotlivých rychlostí v a u (jde totiž o vektorové veličiny), které jsou opačné, dostáváme rovnost

$$0 = p + p_z - p_s \Rightarrow p_s = p + p_z,$$

kde p , p_z a p_s jsou popořadě hybnosti Roberta, židle a stolu. Když hybnost přepíšeme jako součin hmotnosti a rychlosti, dostaneme vztah, ze kterého již rychlost u snadno vyjádříme.

$$m_s u = v(m + m_z) \Rightarrow u = v \frac{m + m_z}{m_s} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \frac{62 \text{ kg} + 8 \text{ kg}}{35 \text{ kg}} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Těsně po odrazu má stůl rychlost $u = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tedy dvojnásobnou oproti rychlosti v , což je vzhledem k poměru hmotností celkem intuitivní.

3. Dráhu s_s vypočteme ze vzorce, který jsme již výše použili k nalezení brzdné síly. Za zrychlení však musíme dosadit ze třetího Newtonova zákona $a_s = F/m_s$, čímž dostáváme

$$\frac{F}{m_s} = \frac{u^2}{2s_s} \Rightarrow s_s = \frac{m_s u^2}{2F}.$$

Po dosazení konkrétních hodnot dojdeme k výsledku

$$s_s = \frac{35 \text{ kg} \cdot (4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 280 \text{ N}} = 1 \text{ m}.$$

To, že je síla úměrná tlakové síle na podložku, znamená, že je úměrná hmotnosti. Můžeme tedy napsat poměr sil jako poměr hmotností a vyjádřit z toho sílu F' .

$$\frac{F'}{F} = \frac{m_s}{m + m_z} \Rightarrow F' = F \frac{m_s}{m + m_z} = 140 \text{ N}$$

Jakmile známe brzdnu sílu F' , nic nám nebrání dosadit do již použitého vzorce pro brzdnu dráhu.

$$s'_s = \frac{m_s u^2}{2F'} = \frac{35 \text{ kg} \cdot (4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 140 \text{ N}} = 2 \text{ m}$$

Vidíme, že pokud je brzdná síla úměrná síle tlakové, dráha s'_s se změní na 2 m.

Lukáš Linhart
lukasl@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.