

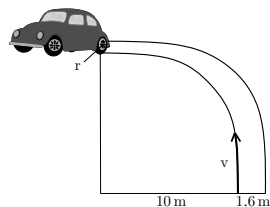
Úloha III.3 ... Diferenciální počet

6 bodů; průměr 5,23; řešilo 39 studentů

Lidové přísloví říká, že čert se skrývá v maličkostech, a obzvláště mnoho se jich nachází u konstrukce auta. Jako nadějní mladí inženýři byste mohli sestavit účinný motor, připevnit jej na kola spojená tyčí a vyrazit na cestu. Nicméně v nejbližší zatáčce byste zažili první překvapení. Vzhledem k tomu, že vaše auto má nezanedbatelnou šířku, by se kola v zatáčce otáčela s rozdílnými rychlostmi, což by autu nesvědčilo.

Ke skutečným autům je připojena součástka s názvem diferenciál, jejímž úkolem je řešit rozdílné rychlosti otáčení kol, pojďme se však podívat, jak markantní tento rozdíl v reálné situaci je.

Představme si např. Škodu Favorit jedoucí do levotočivé zatáčky o vnitřním poloměru 10 m rychlostí $v = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Vzdálenost kol od sebe je cca 1,6 m a jejich poloměr je $r = 34 \text{ cm}$. Představte si pro zjednodušení, že obě přední kola cestují po soustředných kružnicích.



Obrázek 1: Průjezd auta zatáčkou

1. Je-li v rychlost levého kola, jakou frekvencí (tj. kolikrát za sekundu) se kolo otáčí kolem své osy?
2. Jakou frekvencí se otáčí kolem své osy pravé kolo a jaký je to rozdíl?

Počítejte s tím, že obě kola neprokluzují.

Naše řešení bude vycházet z úvahy, že perioda T , za kterou se levé kolo stihne otočit, je podílem jeho obvodu o a obvodové rychlosti v (stejná jako rychlost celého auta). Toto platí právě díky tomu, že kolo nepodkluzuje. Frekvenci f přímočaře vyjádříme z definice jako převrácenou hodnotu periody a obvod kola vypočítáme z poloměru r uvedeného v zadání. Nesmíme jej, stejně jako rychlost automobilu, zapomenout dosadit v základních jednotkách.

$$f_1 = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{o}{v}} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\frac{30}{3,6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2\pi \cdot 0,34 \text{ m}} \doteq 3,9 \text{ Hz}$$

Všimněme si, že v druhé části úlohy můžeme použít ten samý vzorec, pouze do něj musíme dosadit jinou obvodovou rychlost v_2 . Kola konají dvojí rotační pohyb, kolem své osy a kolem osy otáčení celého automobilu. Nás bude tentokrát zajímat druhý zmíněný, neboť pro něj platí, že se obě kola otáčejí stejnou úhlovou rychlostí. Tu lze spočítat jako podíl obvodové rychlosti a poloměru části kružnice, kterou opisují. Označme si vnitřní poloměr zatáčky s a vzdálenost kol od sebe d . Potom platí následující rovnost:

$$\frac{v}{s} = \frac{v_2}{d + s}.$$

Z ní si vyjádříme rychlost v_2 .

$$v_2 = \frac{v(d + s)}{s}$$

Nakonec nám po jejím dosazení do původní rovnice vyjde frekvence f_2 :

$$f_2 = \frac{v_2}{2\pi r} = \frac{\frac{v(d+s)}{s}}{2\pi r} = \frac{v(d+s)}{2\pi r s} = \frac{\frac{30}{3,6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} (1,6 \text{ m} + 10 \text{ m})}{2\pi \cdot 0,34 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}} \doteq 4,5 \text{ Hz}.$$

Na první pohled vidíme, že se frekvence f_1 a f_2 výrazně liší. Vidíme, že jednoduše spojit obě kola pevnou tyčí by nefungovalo: rozdíl rychlostí by mohl snadno vést ke smyku a ke ztrátě přilnavosti k povrchu, a právě proto musí být součástí nápravy diferenciál, který jej dokáže odstranit.

Viktor Materna
materna@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.