

Úloha I.5 ... Thunderball

7 bodů; průměr 5,47; řešilo 55 studentů

Ve filmu *Thunderball* tajný agent James Bond využívá kapesní zařízení, které si vsadí do pusy a funguje jako žábry. Předpokládejme na chvíli, že takové zařízení skutečně existuje, a spočítejte si, jak moc by opravdu bylo užitečné.



- Dospělý člověk se nadechne zhruba 15krát za minutu a na jeden nádech vdechne cca půl litru vzduchu. Jaký je v této úvaze průměrný tok Φ vzduchu do plic při nádechu (měřeno v $\text{l}\cdot\text{s}^{-1}$)? Uvažujte, že nádech a výdech trvá zhruba stejně dlouho.
- Obsah rozpuštěného kyslíku ve vodě je přibližně $\varphi = 8\text{ cm}^3\cdot\text{l}^{-1}$, naproti tomu ve vzduchu je ho kolem 20 % objemu. Spočítejte, jaký tok kyslíku člověk potřebuje. Předpokládejme, že Bondovo zařízení dokáže dokonale a okamžitě oddělit rozpuštěný kyslík od vody. Jaký je potřebný tok vody Bondovým zařízením?
- Filtrační zařízení bohužel nemá žádný pohon, který by jím proháněl vodu. Jak rychle by tedy James Bond musel plavat, aby zařízením proteklo dostatečné množství vody? Je takové zařízení reálné?

Předpokládejte, že Bond dýchá pusou o ploše $S = 5\text{ cm}^2$ a že díky železnému tréninku se mu při plavání nezvýší frekvence a hloubka nádechů. Pro nalezení rychlosti plavání můžete využít např. rozměrovou analýzu.

- Abychom zjistili tok vzduchu do plic při nádechu, potřebujeme vědět, jaký objem V vzduchu za jaký čas t vdechneme. Nadechneme se celkem $n = 15$ krát za minutu a při každém nádechu vdechneme $V_1 = 0,5\text{ l}$ vzduchu, celkem tedy za minutu vdechneme

$$V = V_1 \cdot n = 7,5\text{ l}.$$

Musíme si dát ale pozor, protože polovinu času (z oné minuty) provádíme výdech, takže aktivně se nadechujeme jen po čas $t = 30\text{ s}$. Hledaný tok vzduchu do plic při nádechu tak bude

$$\Phi = \frac{V}{t} = \frac{7,5\text{ l}}{30\text{ s}} = 0,25\text{ l}\cdot\text{s}^{-1}.$$

- Tok kyslíku, který člověk potřebuje, vypočteme ze znalosti obsahu kyslíku ve vzduchu a potřebného toku vzduchu Φ , který již máme vypočtený, jako

$$\Phi_{\text{O}_2} = 0,2 \cdot \Phi = 0,2 \cdot 0,25\text{ l}\cdot\text{s}^{-1} = 0,05\text{ l}\cdot\text{s}^{-1},$$

neboť právě tolik kyslíku vdechujeme (ve vzduchu je ho dvacet procent, takže jeho tok do plic při nádechu je taktéž dvacet procent z toku vzduchu).

Průtok Q vody Bondovým zařízením by musel být právě takový, aby poskytoval tolik kyslíku, kolik potřebujeme. Máme tak rovnici

$$Q \cdot \varphi = \Phi_{\text{O}_2},$$

ze které vyjádříme hledaný tok vody

$$Q = \frac{\Phi_{\text{O}_2}}{\varphi} = \frac{0,051 \cdot \text{s}^{-1}}{8 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 \cdot \text{l}^{-1}} = 6,251 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Nesmíme zapomenout převést jednotky ($\text{cm}^3 \cdot \text{l}^{-1}$ na $\text{dm}^3 \cdot \text{l}^{-1}$), aby se ve výpočtu „vyrušily“ (litr se zkrátí s decimetrem krychlovým).

V případě, že si však nejsme jistí, je vždy správně dosadit řešení v základních jednotkách (tj. v $\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$), ale chytrý převod jednotek nám často ušetří hodně práce i chyby z nepozornosti.

- Víme, že zařízením musí téct průtok vody Q a že Bond nasává vodu plochou S . Jeho minimální rychlost v vypočteme ze vzorce

$$Q = Sv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{Q}{S} = \frac{6,25 \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-2} \text{ dm}^2} = 125 \text{ dm} \cdot \text{s}^{-1} = 12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ve výpočtu jsme místo litrů napsali dm^3 a plochu S jsme převedli na dm^2 , aby bylo vidět, že se jednotky zkrátí. Vyjde nám v $\text{dm} \cdot \text{s}^{-1}$ (následně ho převedeme na metry za sekundu).

Taková rychlost ($12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) odpovídá $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, a je nám tedy jasné, že takto rychle by ani James Bond plavat nedokázal. Když ještě uvážíme, že oddělení kyslíku z vody nemůže být okamžité, uvidíme jasně, že zařízení by nefungovalo.

Robert Gemrot
robert@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Přitom platí $\text{dm}^3 = \text{l}$, takže obsah kyslíku ve vodě je bezrozměrná veličina.