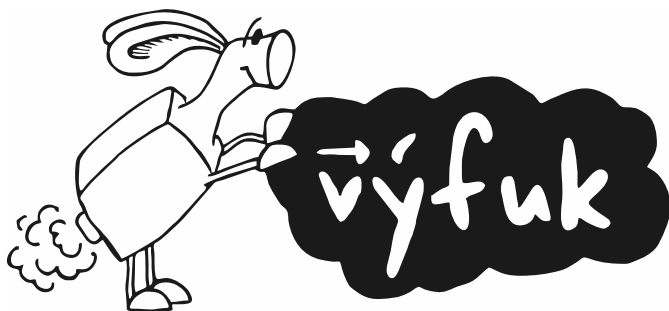


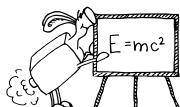


výpočty fyzikálních úkolů

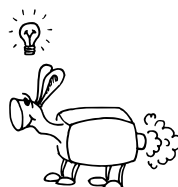
Milí kamarádi,

Organizátoři

vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz



Řešení VIII. série



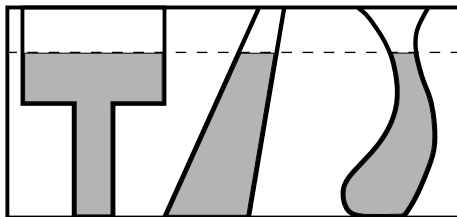
Úloha VIII.1 ... Kvíz

10 bodů; průměr 6,41; řešilo 58 studentů

- Lubor páčil pavouky lupou a Marco sférickým zrcadlem se stejným poloměrem (a stejnou plochou). V obou případech se pavouci nachází v místě, kde je nejvíce světla. U kterého z nich je v tomto bodě vyšší teplota?
 - u Lubora
 - u Marca
 - u obou stejně
 - světlo a teplo na sobě nejsou závislé
- Jaké veličině náleží jednotka $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$?
 - kapacitance
 - luminiscence
 - indukčnost
 - magnetický indukční tok
- Posádka v zapomenutém městě měla tolik vojáků, že mohli nastoupit do řad po jednom, po dvou, po třech, a tak dál, až do desíti a nikdy ani jeden muž v řadě nechyběl ani nepřebýval. Nejméně kolik vojáků bylo v posádce?
 - 1 260
 - 2 520
 - 6 300
 - 7 560
- Na dně které nádoby na obr. 1 je největší tlak?

- a) 1.
b) 2.

- c) 3.
d) Ve všech je tlak stejný.



Obrázek 1: Nádoby s vodou

5. Sklenička opatrně ponořená do vody dnem dolů klesla pod hladinu přesně po okraj. Pokud měla sklenička (vyrobená pochopitelně ze skla) hmotnost 400 g, jaký vnitřní objem uváděl výrobce skleničky?

- a) 2,0 dl
b) 2,5 dl

- c) 3,0 dl
d) 3,5 dl

6. Kdejakému pánovi se jistě stalo, že se mu v tanečních partnerka postavila podpatkem na nohu. Mnozí si pak stěžují, že jejich partnerka je těžká jako slon. Bolelo by to ale od slona stejně? Partnerka váží 45 kg a má podpatek s přibližně čtvercovou podstavou o hraně 2 cm. Jelikož zavravorala, stojí pouze na jednom podpatku na partnerově noze. Oproti ní slon o hmotnosti 4 t stojí nejvýše na všech čtyřech nohách (přičemž pod jednou se pak nachází noha tanečnickova), z nichž každá má plochu 1300 cm^2 . Na kolika nohách musí stát slon, aby se co nejvíce přiblížil tlaku tanečnice?

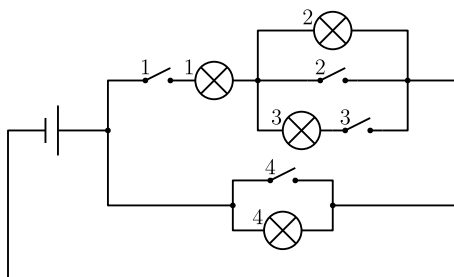
- a) 1
b) 2

- c) 3
d) 4

7. Které žárovky budou podle schématu 2 svítit, jestliže sepneme spínače 1 a 4?

- a) žádná
b) 1 a 2

- c) 1, 2, 4
d) všechny

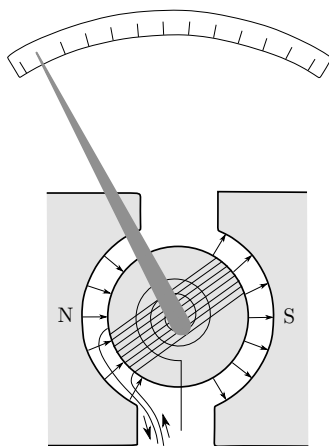


Obrázek 2: Zapojení žárovek

8. Co je vyobrazeno na obr. 3?

- a) teploměr
b) siloměr

- c) voltmetr
d) kompas



Obrázek 3: Tajemné zařízení

9. Kdo získal Nobelovu cenu za fyziku v roce 1921?

- a) Max Planck
b) Albert Einstein

- c) Erwin Schrödinger
d) Marie Curie-Sklodovská

10. Jaký prvek se štěpí v jaderných elektrárnách?

- a) ^{232}Th
b) ^{235}U

- c) ^{237}Np
d) ^{238}U

1. Správná odpověď: b

Zrcadlo i čočka mají stejný poloměr i plochu, dávalo by tedy smysl, že se teplota v nejteplejším bodě lišit nebude. Přesto se však jeden z pavouků škvaří při vyšší teplotě než ten druhý.

Zrcadlo je obyčejná odrazná plocha. Využívá tedy zákonu odrazu a v místě s nejvyšší intenzitou světla má opravdu i nejvyšší teplotu. Pro čočku však platí zákon lomu, a ten funguje poněkud odlišně. Pro různé vlnové délky se paprsky totiž lámou „různě moc“¹. To, co nás hřeje, je z velké části infračervené záření, které má jinou vlnovou délku než viditelné světlo. Místo, kde se protnou infračervené paprsky, tedy bude na jiném bodě než místo protnutí paprsků, které vidíme. Všechno světlo se tedy nefokusuje na jedno místo, a proto se Marcův pavouk pálí v teplejším místě.

Tento jev je dobře pozorovatelný při obyčejném pálení papíru. Pokud budete dostatečně opatrní, můžete zkusit na poledním slunci namířit lupou na papír (ideálně tmavý, ať

¹Pěkným příkladem budiž vznik duhy při lámání bílého světla hranolem.

si nepoškodíte oči) světlo tak, aby na papíře byla co nejmenší tečka. Tak máte papír v místě s největší intenzitou viditelného světla. Papíru to nebude vadit, ovšem pokud lupu posunete (a tečka se zvětší) a najdete nejteplejší místo, z papíru začne stoupat dým a začne hořet.

2. Správná odpověď: c

V zadání vidíme jednotku Henry vyjádřenou v základních jednotkách SI. Henry je jednotkou indukčnosti, správná odpověď je tedy c.

3. Správná odpověď: b

Řešením úlohy bude nejmenší společný násobek přirozených čísel od jedné do deseti. Nejmenší společný násobek ale nezískáme vynásobením všech čísel, protože některá jsou součinem dalších. Musíme tedy vybrat jen ta nutná.

Začneme pětkou a sedmičkou, protože to jsou prvočísla a nebudou v prvočíselných rozkladech ostatních čísel.

Jedničku, dvojku, trojku a čtyřku nepotřebujeme, protože to, co je dělitelné některým z ostatních čísel, bude dělitelné i těmito.

Číslo, které je současně dělitelné dvěma a třemi, bude dělitelné i šesti, tedy šestku nepotřebujeme. Totéž platí i pro desítku, která je součinem dvou a pěti.

Zbyla nám čísla pět, sedm, osm a devět, po jejichž vynásobení získáváme řešení 2 520.

Alternativně můžeme všechna čísla v nabídce rozložit na prvočinitele a porovnat, zda souhlasí s čísly zadanými. Jiné řešení by mohlo být zkusit výpočet *hrubou silou* – zkoušet každou z možných odpovědí zvlášť.

4. Správná odpověď: d

Hydrostatická tlaková síla je přímo úměrná ploše, na kterou působí. Tlak je definovaný jako podíl síly a plochy. Když hydrostatickou tlakovou sílu vydělíme plochou, zjistíme, že hydrostatický tlak

$$p = h\rho g$$

je (vyjma hustoty kapaliny a tíhového zrychlení, které neovlivníme) závislý pouze na hloubce pod hladinou. Dna všech nádob na obrázku jsou stejně hluboko, tedy i tlak, který na ně působí, bude stejný. Tomuto jevu se říká hydrostatický paradox (nebo také hydrostatické paradoxon).

5. Správná odpověď: b

Ze vztahu pro hustotu si vyjádříme objem skla

$$V_s = \frac{m}{\rho_s}.$$

Aby sklenička plavala, musí být tíhová síla a hydrostatická vztlaková síla, které na skleničku působí, v rovnosti, z čehož vyjádříme požadovaný objem sklenice

$$mg = \rho_v V g,$$

$$V_c = \frac{m}{\rho_v}.$$

Vnitřní objem skleničky, který výrobce udává, bude rozdílem celkového objemu a objemu skla

$$V = V_c - V_s,$$

$$V = \frac{m}{\rho_v} - \frac{m}{\rho_s}.$$

Hustotu vody $\rho_v = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^3$ známe, hustotu skla $\rho_s = 2\,700\text{ kg}\cdot\text{m}^3$ snadno dohledáme a můžeme dosadit

$$V = \frac{0,4\text{ kg}}{1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^3} - \frac{0,4\text{ kg}}{2\,700\text{ kg}\cdot\text{m}^3} \doteq 2,5\text{ dl}.$$

Deklarovaný objem sklenice je tedy $V = 2,5\text{ dl}$.

6. Správná odpověď: a

Začneme výpočtem tlaku, kterým působí tanečnice. Tlak je podíl síly a plochy. V našem případě je silou tíha tanečnice $F_t = m_t g$ a plochou povrch jejího podpatku $S_t = a^2$, kde a je délka hrany podpatku. Tlak, kterým působí, pak vypočteme jako

$$p_t = \frac{F_t}{S_t} = \frac{m_t g}{a^2} = \frac{45\text{ kg} \cdot 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{(0,02\text{ m})^2} =$$

$$= 1\,103\,625\text{ Pa} \doteq 1,1\text{ MPa}.$$

Použili jsme tíhové zrychlení g . Tlak, kterým působí slon, vypočteme téměř stejně, jen musíme zahrnout počet nohou n , na kterých slon stojí

$$p_s = \frac{m_s g}{n S_s}.$$

Začneme výpočtem pro jednu nohu, tedy $n = 1$

$$p_{s1} = \frac{4\,000\text{ kg} \cdot 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{0,13\text{ m}^2} \doteq 301\,846\text{ Pa} \doteq 0,302\text{ MPa}.$$

Když slon stojí na jedné noze, působí tlakem menším než tanečnice. S rostoucí plochou bude tlak klesat, tedy přidáváním nohou bude jen nižší, proto nejbližší tlaku tanečnice bude, pokud bude stát na jedné noze.

Musíme dodat, že slon má pravděpodobně větší nohu než člověk, a tak bychom neměli brát v potaz plochu nohy slona, ale styčnou plochu mezi slonem a člověkem – a tím pádem by tlak od slona na nohu člověka vycházel vyšší.

7. Správná odpověď: a

Podle známé mnemotechnické pomůcky je elektrina líná, tedy volí cestu nejmenšího odporu. V našem obvodu, může elektrina volit pouze cestu žárovkou 4. Po sepnutí spínače 1 jí přidáme ještě jednu větev, která vede žárovkami 1 a 2. Proud se rozdělí podle odporu mezi obě větve a zmíněné tři žárovky svítí.

Sepnutím spínače 4 přidáme elektrině ještě jednu větev, na první pohled hůře viditelnou, která vede čtyřmi uzly, ale žádnou žárovkou. Tato větev odpor prakticky nemá, tedy

všechn proud poteče tudy a odborně říkáme, že spínač 4 obvod zkratoval. Svítit tak nebude ani jedna žárovka. Ale zato (zkratový) proud bude velký (i když ho nepoznáme, protože se díky němu nerozsvítí žárovka) až tak, že se pravděpodobně něco roztaví nebo někde skočí jiskra.

8. Správná odpověď: c

Na obrázku vidíme cívku mezi dvěma magnety. Cívka s proudem v magnetickém poli se vychýlí, protože protékající proud způsobuje vznik magnetického pole samotné cívky, které pak v kombinaci s magnetickým polem magnetu na cívku silově působí. Podle toho, jak moc se cívka vychýlí, připevněná ručička ukáže na stupnici hodnotu měřené veličiny.

Míra vychýlení cívky je závislá na proudu a napětí v cívce. Toto zařízení tak lze použít jako voltmetr i ampérmetr. Aby druhá veličina neovlivňovala měření, součástí měřáku je ještě zařízení upravující jeho vnitřní odpor. Voltmetr má vnitřní odpor velmi vysoký, proto se k obvodům připojuje paralelně, kdežto ampérmetr má naopak vnitřní odpor velmi malý, připojuje se tedy sériově, aby nezkratoval obvod. Vyjma samotného měřáku však nic dalšího na obrázku není a v nabídce máme pouze voltmetr, jedná se tedy o něj.

9. Správná odpověď: b

V roce 1921 získal Nobelovu cenu za fyziku Albert Einstein za vysvětlení fotoelektrického jevu a za zásluhy o teoretickou fyziku. Paradoxně nejznámější je kvůli výsledkům, které cena nezmiňuje: speciální a obecná teorie relativity.

10. Správná odpověď: b

V jaderných elektrárnách se štěpí uran. Na výběr však máme dva izotopy, přičemž oba jsou součástí jaderného paliva. Izotop ^{235}U je však reaktivnější než jeho kolega ^{238}U , proto se v reaktorech většinou štěpí právě ^{235}U .

Soňa Husáková
sona@vyfuk.org

Úloha VIII.2 ... Voda z mraku

10 bodů; průměr 7,23; řešilo 31 studentů

Ačkoliv v létě máme všichni rádi teplé počasí, občasnému dešti se nevyhneme. K řešení této úlohy si vyberte deštivý den a změřte, kolik vody během dne napršelo na jeden metr čtvereční. Výsledek pak porovnejte s blízkou meteorologickou stanicí. Pokud se naměřené výsledky liší, pokuste se vysvětlit, proč.



Nejprve je potřeba se zamyslet nad tím, jak se vlastně srážkové úhrny měří. Typicky se nezachytává voda spadená na celý metr čtvereční a neměří se její objem. To by bylo velmi nepraktické. Místo toho se použije malá nádoba se stupnicí, takzvaný srážkoměr, který funguje na velmi jednoduchém principu. Jeden litr na metr čtvereční odpovídá přesně jednomu milimetru vodního sloupce, můžeme si to ověřit jednoduchým výpočtem. My jsme pro účely vzorového měření použili opravdový srážkoměr se stupnicí, ale experiment byl dost dobře proveditelný i s obyčejným kbelíkem, ve kterém se následně změřila výška vodního sloupce pravítkem. Samozřejmě tento přístup by do experimentu zanesl podstatně větší chybu měření, a navíc bylo bezpodmínečně nutné se omezit jen na nádoby s rovnými stěnami.

Měření jsme provedli v obci Vernířovice 8. července 2021. Použili jsme srážkoměr se stupnicí po jednom litru (na metr čtvereční), který jsme umístili na volné prostranství asi metr nad terén. Náš srážkoměr nebyla nádoba s rovnými stěnami, kterou jsme doporučovali v teoretickém úvodu, ale připomínal spíše trychtýř. Srážkoměry, ze kterých se odečítá napršená voda manuálně, mají právě tento tvar, aby byly dílky stupnice větší a aby bylo měření přesnější. Pokud jsou srážky obzvláště vydatné, je nutné srážkoměr během dne vyprázdnit, aby nepřetekl. To ale nebyl náš případ.

Naměřili jsme celkem $351 \cdot \text{m}^{-2}$. Tento údaj jsme porovnali s meteorologickou stanicí v So-botíně vzdálenou vzdušnou čarou asi 2,5 km. Tam naměřili za stejný časový úsek $32,71 \cdot \text{m}^{-2}$. Nejistota našeho měření byla $11 \cdot \text{m}^{-2}$ (nejmenší dílek stupnice srážkoměru), u dat získaných z meteorologické stanice to bylo nejspíš $0,11 \cdot \text{m}^{-2}$ (poslední uvedená platná cifra). Každopádně je vidět, že je nejistota měření menší než zjištěný rozdíl, a proto bylo naše měření směrodatné.

Co si z toho můžeme odnést? Je zřejmé, že pokud máme správně vybavení a jsme dostatečně blízko meteorologické stanice, mohou být pak naše výsledky měření velmi podobné. Na druhou stranu je potřeba přiznat, že i tak jsme měli štěstí. Voda, kterou jsme zachytili, totiž pocházela z bouřkových mraků a bouřky jsou extrémně lokální záležitost, takže se klidně mohlo stát, že by byl rozdíl výrazně větší. Pokud bychom nebyli tak blízko meteorologické stanice, mohlo by se dokonce snadno stát, že by na ní nenaměřili nic, zatímco přes nás by celý den přecházela jedna bouřka za druhou.

Viktor Materna

materna@vyfuk.org

Úloha VIII.3 ... Koloběh vody

10 bodů; průměr 4,86; řešilo 37 studentů

Pokuste se odhadnout, jaké množství vody jste již stihli za celý svůj život vypít nebo přijmout z jiných zdrojů (třeba z ovoce). Jaká je pravděpodobnost, s ohledem na celkové množství vody na Zemi, že ve sklenici vypijete molekulu vody, kterou jste již dříve vypili? Odhady provádějte odborně, podložte je výpočty a nezapomeňte uvést zdroje či zjednodušující předpoklady.



Dříve, než se pustíme do řešení této úlohy, je důležité si uvědomit, co vůbec znamená, že máme něco odhadnout. Množství vody v litrech, které jsme zvládli za celý život vypít či jinak požit, je reálné číslo, má tedy jednu určitou hodnotu. I když tato hodnota existuje a můžeme ji tedy teoreticky určit naprosto přesně, prakticky nejsme schopni se k ní s námi dostupnými metodami dostat – my sami si přesnou historii našeho požívání vody nepamatujeme a ani ji nemůžeme zpětně dohledat, stejně tak ani špičkoví biologové nemohou ze stavu našeho organismu získat informaci o tom, kolik vody jsme za celý život pozřeli. Proto tvrdíme, že tuto informaci odhadujeme, což znamená, že se za pomoci námi dostupných informací a výpočtů snažíme k danému reálnému číslu co nejvíce přiblížit.

Na to, jak se dostat k dostatečně přesnému odhadu, existuje mnoho cest. Správný odhad není takový, který je nutné nejlépe reálné situaci. Pokud bychom množství vody odhadli jen pomocí řízení náhodného čísla, je tento odhad špatný, a to i kdybychom se náhodou trefili do reálného výsledku. Důvod je ten, že přesnost náhodného odhadu nikdy nezjistíme, a proto nám je k ničemu. Objektivně správný odhad naopak získáme pomocí dat, která buď známe přesně (například náš věk), dokážeme je dostatečně přesně odhadnout (například kolik pomerančů týdně sníme) nebo je máme v podobě statistických dat, která můžeme na naši situaci aplikovat, aniž by došlo k velkému zkreslení (například kolik vody pomeranč průměrně obsahuje). Obecně

platí, že čím méně informací potřebujeme k získání našeho odhadu, tím menší má nejistotu plynoucí z uvedených veličin, zároveň ale pokud dodáme více informací, než je nutné potřeba, výsledná chyba se může jen zmenšit, protože odhad vystihuje situaci přesněji.

Jako nejjednodušší a nejpřesnější (s ohledem na množství informací, které budeme muset použít) se jako řešení naší úlohy nabízí součin našeho věku v letech a množství vody, které jsme za rok našeho života průměrně zkonsumovali. Musíme tedy zjistit dva číselné údaje – kolik máme let (to je informace, kterou známe přesně) a kolik vody jsme průměrně přijímali každý rok v určité období svého života. To je informace, kterou nikdy přesně nezjistíme, a tak máme dvě možnosti: odhadnout ji, nebo využít statistická data.

Odhadovat, kolik jsme v určitých fázích svého života zkonsumovali vody, je jistě možné, ale pravděpodobně silně nad rámec tohoto vzorového řešení. Jen zamyšlení nad tím, z jakých potravin vodu získáváme, by vystačilo na jednu samostatnou úlohu. Naopak můžeme využít toho, že se tímto problémem někdo již vědecky zabýval, a vydat se tedy druhou cestou – cestou statistických dat. Po chvíli hledání na internetu najdeme zdroj², který říká, že průměrný denní příjem vody dospělého muže je 3,7 l. Tento zdroj je vědecký článek, který musel být před umístěním na internet zkontrolován dalšími vědci a způsob měření v něm odpovídá našemu účelu (příjem vody nebyl například měřen pro specifickou skupinu profesionálních sportovců z východní Asie), tudíž této informaci můžeme věřit a můžeme s ní dále počítat.

Když nyní (za předpokladu, že je nám 15 let) tyto hodnoty vynásobíme, zjistíme, že jsme dle tohoto dohadu za celý náš život vypili přibližně 20,3 m³ vody. I když toto číslo již můžeme považovat za relevantní, určitě nás teď napadá, že v našem řešení jsou značné mezery. Ta největší nepochybně je, že předpokládáme, že jsme po celou dobu našeho života konzumovali vodu jako průměrný dospělý muž, což je hodně velké zjednodušení, které má nezanedbatelný vliv na náš výsledek. Můžeme se tak nyní pokusit najít další data, kterými bychom náš výpočet zpřesnili.

Na internetu například najdeme údaje o tom, kolik lidí v různých fázích svého života konzumují čistou vodu³. Můžeme si situaci zjednodušit a předpokládat, že poměr vody přijaté ze sklenice a vody přijaté ze všech zdrojů je ve všech fázích života stejný, takže si dokážeme dopočítat příjem vody v různých časových obdobích lidského vývoje. Když tyto údaje potom sečteme, zjistíme, že jsme tímto postupem došli k odhadu 12,2 m³, tedy výrazně nižšímu výsledku než v předchozím případě. Tento odhad můžeme považovat za objektivně přesnější, jelikož reflektuje různá množství vody, která v průběhu života přijímáme, určitě si ale uvědomujeme, že by bylo možné ho dále zpřesnit. Mohli bychom se například zamyslet, jak se vypořádat s tím, že poměr vypité a přijaté vody není ve všech fázích života stejný. Také bychom se měli podívat po více zdrojích a posoudit, zda ty, co jsme použili, jsou pro naše účely nejlepší a nejpřesnější. Dále by bylo vhodné blíže specifikovat náš věk (pravděpodobně v době odevzdávání této úlohy nemáme zrovna narozeniny) nebo počítat s přestupnými roky. To vše jsou kroky, které můžeme dále podniknout, aby naše řešení bylo ještě lepší a přesnější, my si zde ale vystačíme s naším méně přesným výsledkem 12,2 m³.

Nyní se pustíme do druhé části úlohy, tedy výpočtu pravděpodobnosti, že jsme ve sklenici vody vypili molekulu vody, kterou jsme již v minulosti pozřeli. Víme, že v našem výpočtu bude hrát roli celkové množství vody na Zemi, množství vody ve sklenici a množství vody, které jsme již za život vypili. Na výsledný výpočet tak přijdeme po jednoduchém zamyšlení – čím větší objem vody ve sklenici je, tím je naše pravděpodobnost vyšší, stejně je to i s množstvím v minu-

²https://www.researchgate.net/publication/7715558_Human_Water_Needs

³https://www.ars.usda.gov/ARSUserFiles/80400530/pdf/DBrief/7_water_intakes_0508.pdf

losti vypité vody. Naopak čím vyšší je množství vody na Zemi, tím menší je pravděpodobnost, že některou z molekul vypijeme dvakrát.

Pravděpodobnost, že nějaká molekula vody je ta, kterou jsme již dříve vypili, tak bude vyjádřena vztahem

$$p_v = \frac{\text{objem již vypité vody}}{\text{objem vody na Zemi}}.$$

Dále můžeme spočítat, kolik hledaných molekul budeme s největší pravděpodobností mít ve vypité sklenici

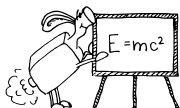
$$p = p_v \cdot \text{počet molekul vody ve sklenici}.$$

Když za objem vody ve sklenici dosadíme 0,2l dostaneme počet molekul tak, že si spočítáme hmotnost jako $m = V/\rho$, kde ρ je hustota vody, dále si hmotnost vydělíme molární hmotností vody, abychom dostali počet molů vody. Toto číslo stačí vynásobit Avogadrovou konstantou a dostaneme počet molekul. Výpočet za nás může provést např. WolframAlpha, zadáme-li heslo „how many molecules in .2l of water“ a dostaneme počet molekul jako $N \doteq 10^{25}$.

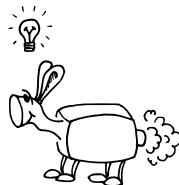
Za objem vody na planetě⁴ dosadíme $1,36 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$, takže dostaneme celkem $p = 10^7$. Toto je výsledek výrazně převyšující jednu molekulu, můžeme tedy říci, že dle našeho modelu je pravděpodobnost 100 %. Ale co přesně vyjadřuje výsledek $p = 10^7$? Znamená to snad, že když nabere sklenici vody, tak tam bude přesně 10^7 molekul, které jsme již vypili? Ne, když do sklenice nalijeme vodu, tak jich tam může být 10^6 , 10^8 atd. Náš výsledek pouze říká, že kdybychom tímto způsobem nabrali vodu do sklenice velmi mnohokrát, tak by tam v průměru bylo 10^7 molekul, které jsme již jednou vypili, na sklenici.

Náš výsledek je velmi přibližný, neboť jsme při výpočtu např. zanedbali možnost, že by se molekuly vody rozpadly nebo znovu složily, neboť jsme si nebyli jistí, jak s tímto efektem počítat. Nebo jsme v naší aproximaci celou dobu předpokládali, že když vyloučíme vodu z těla, tak se ihned rozmíchá s veškerou vodou na planetě a následně když pak pijeme vodu, tak jsou v ni rovnoměrně zastoupeny molekuly z celého světa. Někdo by ještě mohl namítnout, že jsme předpokládali, že v těch 10 m^3 vody, kterou jsme vypili za 15 let, byly pouze nové molekuly, a že bychom měli započítat i to, že v průběhu života pijeme některé molekuly poněkolkáté. To je sice pravda, ale když si vypočítáme poměr mezi námi vypitou vodou a světovou vodou, dostaneme $p_v \doteq 10^{-17}$. Zastoupení vody, kterou pijeme podruhé je tedy vzhledem k celkovému množství vypité vody naprosto zanedbatelné a žádné podstatné nepřesnosti se v tomto směru nedopouštíme.

Karolína Letochová
kaja@vyfuk.org



Řešení IX. série

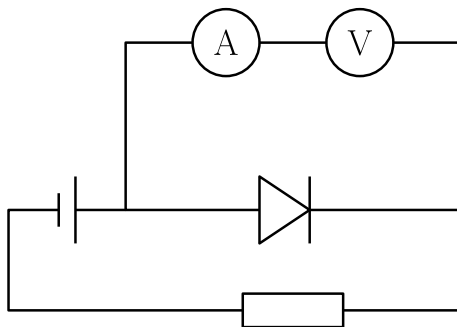


Úloha IX.1 ... Kvíz

10 bodů; průměr 6,29; řešilo 41 studentů

⁴<https://en.wikipedia.org/wiki/Hydrosphere>

1. Proč vře voda na horách dříve?
 - a) Je zde nižší atmosférický tlak.
 - b) Je zde vyšší atmosférický tlak.
 - c) Je zde nižší teplota okolí.
 - d) Je zde vyšší teplota okolí.
2. Jaká je hustota destilované vody v oz·ly⁻³ (unce na světelný rok krychlový)?
 - a) $5,483 \cdot 10^{42}$
 - b) $7,651 \cdot 10^{27}$
 - c) $2,987 \cdot 10^{52}$
 - d) $4,200 \cdot 10^{69}$
3. Jaký tvar má talíř u antén satelitních přijímačů?
 - a) konkávní
 - b) kulový
 - c) paraboloid
 - d) hyperboloid
4. Na obrázku 4 je zakreslen obvod, ve kterém se snažíme měřit napětí a proud na diodě. Který z komponentů je zapojen špatně?
 - a) dioda
 - b) rezistor
 - c) voltmetr
 - d) ampérmetr



Obrázek 4: Zapojení diody a rezistoru

5. Na otevřené moře s hustotou vody $1025 \text{ kg} \cdot \text{m}^3$ se odtrhla kra s hustotou ledu $920 \text{ kg} \cdot \text{m}^3$ o rozměrech $5 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 20 \text{ cm}$. Kolik tučňáků oslích s hmotností 6 kg se na tuto kru vejde?
 - a) 50
 - b) 70
 - c) 100
 - d) 120
6. Mějme 10 stejných kuliček, z nichž 5 je černých a 5 bílých. Jaká je pravděpodobnost, že při vytahování právě dvou kuliček vytáhneme jednu od každé barvy?
 - a) $1/4$
 - b) $3/10$
 - c) $2/5$
 - d) $5/9$
7. Jarda s Mařenkou si povídali při západu slunce na zeměpisné šířce φ . Jarda si představuje, že se prokope skrz zemský střed na druhou stranu zeměkoule do bodu A. Mařenka si zase představuje, že někde na Zemi v bodě B někdo přesně ve stejný okamžik pozoruje východ slunce a až Mařence s Jardu bude slunce zase vycházet, obyvatelům bodu B bude slunce zapadat.

Urči úhlovou vzdálenost bodů A a B.

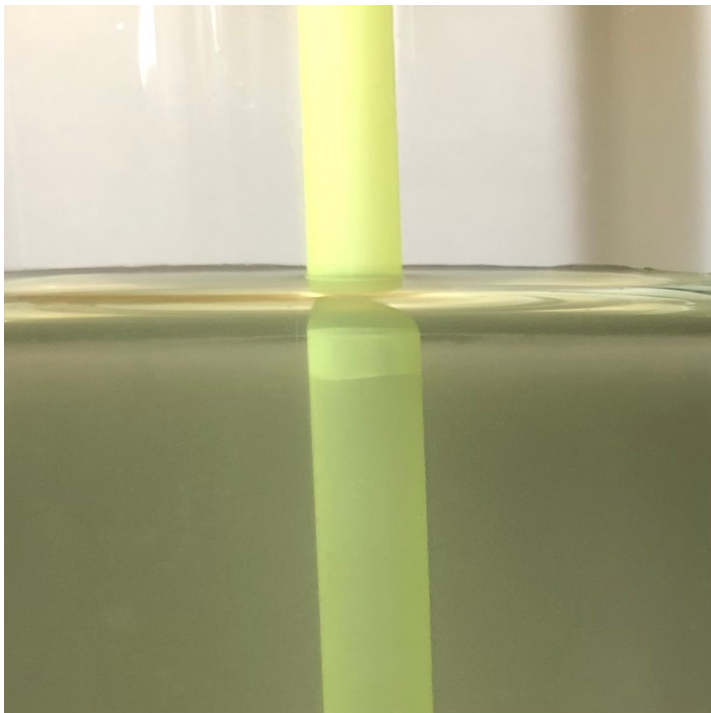
- a) 0°
- b) φ

- c) 2φ
- d) 3φ

8. Jaký jev je vyobrazen na obrázku 5?

- a) kapilární represe
- b) kapilární deprese

- c) kapilární elevace
- d) zdymadlový jev



Obrázek 5: Tajemný jev

9. V zimě je populární jezdit na běžky. Jak je ale možné, že se na běžkách může člověk odrážet a zároveň klouzat? Uvažujme obyčejné běžky pro laiky, nikoliv specializované pro sportovce.

- a) Běžky mají ze spodní strany šupiny umožňující pohyb pouze v jednom směru.
- b) Je to umožněno pouze technikou lyžování.

- c) Běžky mají speciálně ohnuté konce.
- d) Síla při odrážení působí pod jiným úhlem.

10. Co NENÍ pravda o nových raketách od firmy SpaceX?

- a) Mají znovupoužitelné části. c) Mají být největší v historii.
 b) Používají nový princip raketových motorů. d) Přistávají zásadně na vodní plošiny.

1. Správná odpověď: a

Teplota varu kapalin je závislá na okolním tlaku. Pokud tlak zmenšíme, teplota varu se sníží. Naopak při zvýšení tlaku se teplota varu zvýší.

Na horách se nacházíme ve vyšší nadmořské výšce, tudíž je okolo nás díky menší hustotě vzduchu i menší atmosférický tlak, což snižuje bod varu vody.

2. Správná odpověď: c

Hustota vody vyjádřená v obvykle používaných jednotkách je zhruba $1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tu musíme převést do obskurních jednotek, na což je nejdříve potřeba znát převody mezi jednotlivými mírami:

$$1\text{ kg} = 35,274\text{ oz}, \quad 1\text{ m} = 1/9,460\,73 \cdot 10^{15}\text{ ly}.$$

Tyto převody nyní dosadíme do naší hustoty a upravíme.

$$\begin{aligned} 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} &= 1 \cdot 10^3 \cdot \frac{35,274\text{ oz}}{(1/9,460\,73 \cdot 10^{15}\text{ ly})^3} = \\ &= 1 \cdot 10^3 \cdot 35,274 \cdot (9,460\,73 \cdot 10^{15})^3 \cdot \frac{\text{oz}}{\text{ly}^3} \doteq 2,987 \cdot 10^{52}\text{ oz}\cdot\text{ly}^{-3} \end{aligned}$$

3. Správná odpověď: c

U talířů antén satelitních přijímačů je obvyklým tvarem paraboloid. Důvod je ten, že pokud na něj dopadá signál jako rovinná vlna, tak jej tento tvar nasměruje (fokusuje) do jednoho bodu, kde se nachází samotný přijímač signálu. Vzhledem k tomu, že se jedná o malou výseč paraboloidu, je tento tvar těžké rozeznat.

4. Správná odpověď: d

Správně by měl být ampérmetr zapojen v sérii s ostatními součástkami, abychom byli schopni určit proud v obvodu, tedy před diodou, mezi diodou a rezistorem, nebo až za rezistorem. Paralelní připojení ke zbytku obvodu je tedy nesprávné.

5. Správná odpověď: b

V této otázce se v podstatě ptáme na to, kolik tučňáků je potřeba pro vyrovnání vztlakové síly kry. Na samotnou kru tedy působí celkem tři síly: vztlaková síla vody, tíhová síla kry a tíhová síla tučňáků. Předtím, než se kra potopí, se tíhové síly a vztlaková síla vyrovnají:

$$\begin{aligned} F_{Vz} &= F_G + F_t, \\ V \cdot \rho_{\text{voda}} \cdot g &= V \cdot \rho_{\text{kra}} \cdot g + n \cdot m \cdot g, \\ a \cdot b \cdot c \cdot \rho_{\text{voda}} &= a \cdot b \cdot c \cdot \rho_{\text{kra}} + n \cdot m. \end{aligned}$$

V tomto vztahu vyjadřuje $V = abc$ objem kry, ρ_{voda} a ρ_{kra} jsou hustoty vody a kry a n , resp. m vyjadřují počet, resp. hmotnost tučňáků. Pro zjištění počtu tučňáků tedy musíme z poslední rovnice vyjádřit n :

$$\begin{aligned} n \cdot m &= a \cdot b \cdot c \cdot \rho_{\text{voda}} - a \cdot b \cdot c \cdot \rho_{\text{kra}}, \\ n &= \frac{a \cdot b \cdot c}{m} (\rho_{\text{voda}} - \rho_{\text{kra}}), \\ n &= \frac{5 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m}}{6 \text{ kg}} (1025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} - 920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}), \\ n &= 70. \end{aligned}$$

6. Správná odpověď: d

Pravděpodobnost, že vytáhneme jakoukoliv kuličku na první tah, je 100 %. Tedy nás hlavně zajímá, s jakou pravděpodobností vytáhneme ve druhém tahu kuličku jiné barvy.

Po prvním tahu nám v sáčku zbude 9 kuliček, přičemž 5 z nich má jinou barvu než ta první a 4 z nich mají stejnou barvu. Pravděpodobnost je počet korektních možností ku celkovému počtu možností, tedy v tomto případě počet kuliček s jinou barvu ku celkovému počtu kuliček. To znamená, že pravděpodobnost správného tažení je $5/9$, což je i pravděpodobnost celého našeho tázaného jevu.

7. Správná odpověď: c

Zavedme si, že rovník je v nulové zeměpisné šířce a všechny zeměpisné šířky na druhou stranu od něj mají zápornou hodnotu. Bod A se poté nachází na zeměpisné šířce $-\varphi$, kdežto bod B se nachází ve stejné zeměpisné šířce jako Jarda s Mařenkou, tedy v hodnotě φ . Z toho dostáváme, že vzdálenost těchto dvou míst je $\varphi - (-\varphi) = 2\varphi$.

8. Správná odpověď: b

Na obrázku můžeme vidět, že se jedná o kapalinu, která se při brčku (a obecně u povrchů) snižuje, tedy se jedná o kapilární depresi.

9. Správná odpověď: a

Pohyb na nesespecializovaných běžkách je umožněn díky šupinám, které se při pohybu v jednom směru zabodnou do povrchu pod nimi a při pohybu do směru druhého po povrchu volně kloužou.

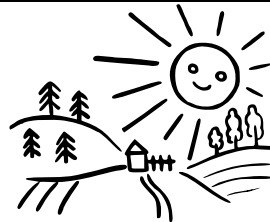
10. Správná odpověď: d

Znovu použitelné rakety přistávají jak na souši, tak na lodích. Konkrétně na pevninu přistávají převážně pomocné boostery, kdežto na moře přistává většinou hlavní palivová nádrž a motor lodi, které nejsou po vystoupení z atmosféry nutné.

Adam Krška
adam@vyfuk.org

Organizátoři si všimli, že v létě, když je jasno, je na sluníčku hodně teplo. Napadlo je proto spočítat, kdy na Zemi v našich zeměpisných šířkách dopadá nejvíce energie ze Slunce. Největší množství záření na Zemi dopadá ve chvíli, kdy je Slunce nejvýše na obloze.

Pomozte organizátorům tak, že změříte, kdy je právě poledne a jak vysoko nad obzorem je Slunce v tento čas. Měření proveďte pomocí tyče kolmé k zemi s délkou minimálně 50 cm. V průběhu letních prázdnin (v rozmezí alespoň jednoho měsíce) minimálně dvakrát změřte čas, kdy bude stín tyče nejkratší, a délku tohoto stínu. Poté spočítejte, jak vysoko nad obzorem bylo Slunce a o kolik se tato výška během prázdnin změnila.



Teorie

Výška Slunce se značí řeckým písmenem δ , měří se ve stupních a značí úhlovou vzdálenost mezi Sluncem a horizontem. V průběhu roku se mění v závislosti na vzájemné pozici Země a Slunce a také v závislosti na místě a času, kdy ji měříme.

Maximální výška Slunce udává, kdy nastává právě poledne. V průběhu roku se mění její velikost – v zimě je úhel nejmenší a v létě je nejvyšší. Zároveň málokdy nastává na „úředně“ dané poledne např. v létě nastává až o hodinu později. Osa otáčení Země je také nakloněna pod úhlem $23,5^\circ$ od kolmice k ekliptice, tudíž neplatí, že na rovníku máme Slunce vždy „nad hlavou“, tedy ve výšce 90° .

Výsledky umíme hrubě odhadnout jen pomocí data, kdy měření provádíme. K tomu nám slouží dva význačné dny – letní a zimní slunovrat. Letní slunovrat nastává 21. června a zimní 21. prosince. Tyto dny jsou určeny vlastnostmi spjatými se vzájemnou polohou Země a Slunce, právě celoročním maximem či minimem výšky Slunce. Jelikož měření provádíme již po letním slunovratu, měla by se délka stínu v průběhu několika dní zvětšovat, a tím pádem výška Slunce snižovat.

V experimentu nás zajímá délka tyče a jejího stínu a z pravoúhlého trojúhelníku lze určit, že výšku Slunce umíme spočítat ze vztahu

$$\delta = \arctg \frac{l_0}{l},$$

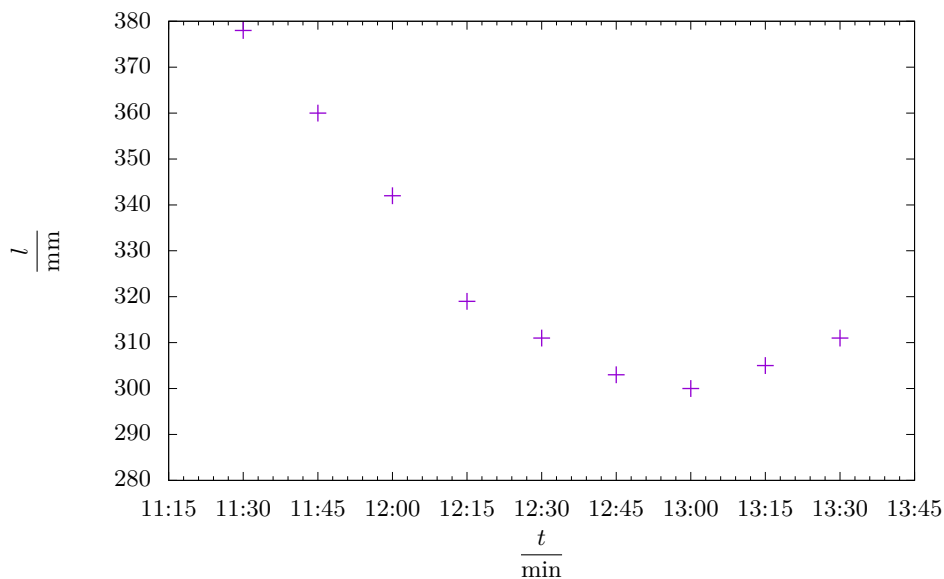
l je námi naměřená délka stínu a použili jsme goniometrickou funkci arkus tangens.

Měření

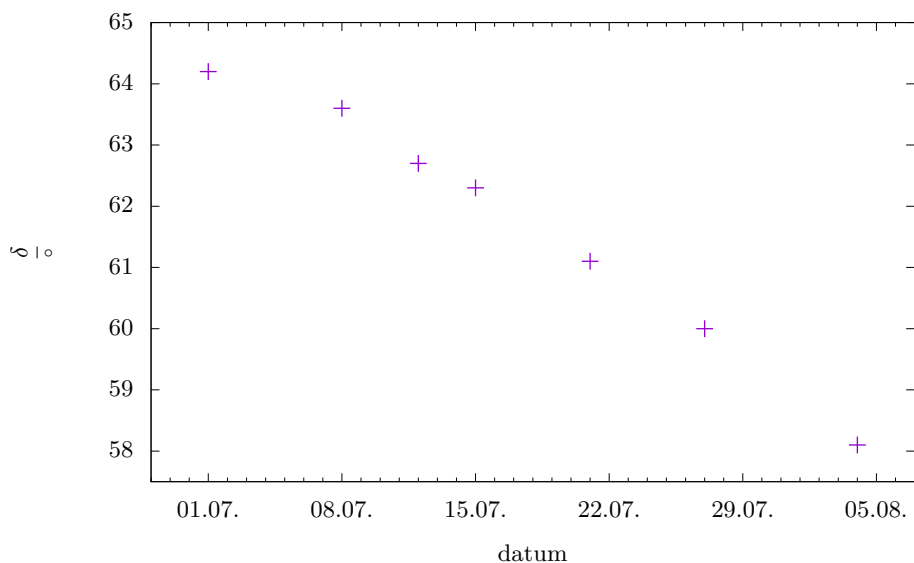
Postupovali jsme podle doporučeného postupu. Tyčku jsme zatloukli do země a pomocí vodorovky zkontrolovali, že má svislý směr a její okolí je vodorovné. Délka vyčuhující části tyče činila $l_0 = 62$ cm.

První měření jsme učinili 1. 7. v 11:30 a v čtvrt hodinových intervalech měřili délku stínu, poslední měření téhož dne jsme učinili ve 13:30. Graf 6 zachycuje závislost délky stínu v závislosti na čase.

Je zřejmé, že minima délka tyče dosáhla v 13:00, tudíž na okolí tohoto času se zaměříme. V průběhu několika dalších dní jsme zopakovali měření stínu v okolí času 13:00 a naměřili jeho minimální hodnotu. Z naměřených hodnot jsme vypočetli výšku Slunce a zanesli do grafu 7.



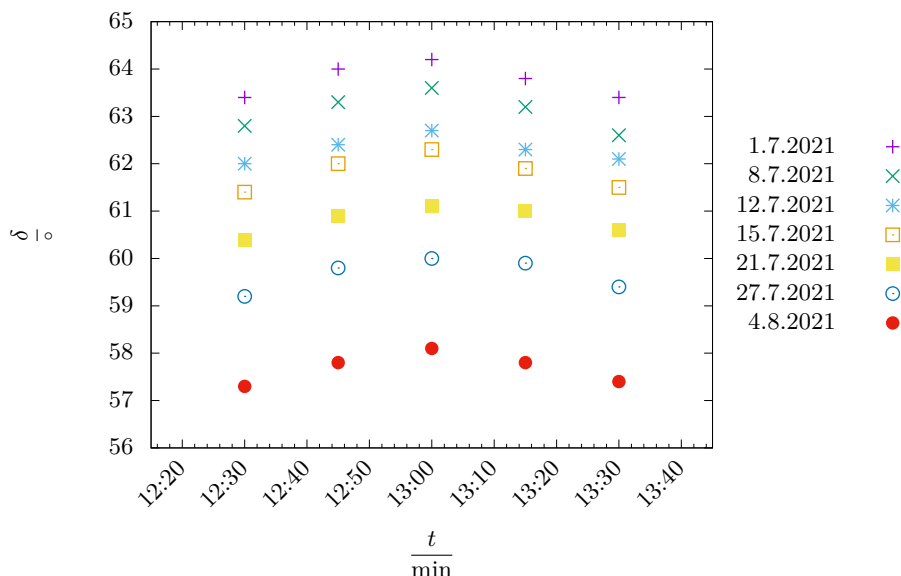
Obrázek 6: Naměřené délky stínu tyče o $l_0 = 62$ mm v závislosti na čase.



Obrázek 7: Naměřené výšky Slunce v několika letních dnech roku 2021.

Z grafu je zřejmé, že v průběhu července se maximální výška Slunce snižovala, což souhlasí s teorií, jelikož jsme měření prováděli po letním slunovratu.

Pro určení doby pravého poledne jsme do grafu 8 vynesli průběh výšky Slunce v různých dnech v závislosti na čase. Z grafu pak lze odečíst, kdy v různých dnech nastane poledne.



Obrázek 8: Průběh výšky Slunce v mnoha letních dnech.

Měření samozřejmě není bez nepřesností. Původci chyb mohou být samotná tyč, která, pokud není dokonale kolmá, může zavádět systematickou chybu, stejně může nepřesnosti způsobovat i měřicí plocha, jestliže není dokonale vodorovná, a měření délky stínu. Samotné měření mohl znepřijemňovat aktuální stav oblohy, pokud bylo zataženo nebo přšelo, v takovém případě nebylo možné experiment provádět.

Hlavní nepřesnost bude zanášet měření délky stínu. Stín na povrchu země není dokonale ostrý, tudíž nelze přesně určit jeho přesný konec. Vzniká otázka, v jaké části přechodu stínu můžeme odečíst délku. Zároveň jsme k měření používali svinovací metr, který není dokonale tuhý a v závislosti na množství nerovností na povrchu se může naměřená hodnota od té reálné nepatrně lišit.

Zavedeme ke každé hodnotě vrchní hranici nejistoty, kterou by chyba měření neměla překročit. Nejprve měření délky stínu. Přechodná část stínu je přibližně centimetr a konec stínu jsme odečítali přibližně z jejího středu. To nám přibližně určí rozsah nejistot, tedy že maximální nejistota může být $u_l = \pm 0,5$ cm, což je relativní nejistota v nejhorším případě cca 2%.

Dále určíme nejistotu úhlu δ . Potkáváme zde funkci $\arctg$, nicméně platí, že $\arctg(x) < x$ pro $x > 0$. Dokonce míra stoupání funkce $\arctg$ je menší než stoupání funkce x pro kladné x . Můžeme proto odhadnout nejistotu δ tak, že počítáme, že δ bude mít stejnou relativní nejistotu jako l , tedy nejvýše 2%. Dostáváme tak absolutní nejistotu nejvýše cca $u_\delta = 1^\circ$. Detailněj-

ší výpočet nejistoty se zahrnutím funkce $\arctg$ by vyžadoval aplikaci Gaussova zákona šíření nejistot.

Naposled ještě odhadneme nejistotu času. Měřili jsme v intervalu 15 min, takže nejistota určení času je polovina tohoto intervalu: $u_t = \pm 7,5$ min.

Závěr

V průběhu měsíce jsme úspěšně změřili výšku Slunce nad obzorem. Právě poledne nastává v období července/srpna o hodinu později, tedy přibližně v 13:00. Maximální výška Slunce se v průběhu měřeného období snižovala od 64° po 58° .

Patrik Kašpárek
patrik@vyfuk.org

Úloha IX.3 ... Noe

10 bodů; průměr 4,00; řešilo 23 studentů

Podle Starého zákona Noe zachránil faunu před potopou tak, že postavil loď, do které naložil jeden pár od každého druhu zvířat. Odhadněte, jak těžká by tato archa byla. Hmotnost materiálu potřebného ke konstrukci lodi můžete zanedbat. Jaké rozměry by taková loď musela mít, aby nebyla příliš vysoká? Porovnejte se současnými nákladními loděmi.

Bonus Projela by Suezským průplavem?



Při řešení této úlohy se od nás neočekává dosazení do známých fyzikálních vzorečků, ale provedení odhadu hledané hodnoty pomocí námi vymyšlených postupů a výpočtů. Pokud se s takovým typem úlohy setkáváte poprvé, principy odhadování a práce se zdroji informací jsou už popsány ve vzorovém řešení třetí úlohy letošní první prázdninové série.⁵

Již nyní můžeme konstatovat, že náš odhad se bude od parametrů *skutečné* biblické Noemovy archy zásadně lišit – při našem výpočtu zanedbáváme hmotnost materiálu potřebného ke konstrukci lodi, vodu a potraviny, které by zvířata potřebovala k přežití, či klece, které by zajistily hladké soužití mezi jednotlivými zvířecími druhy.⁶ Pokud bychom měli za úkol odhadnout opravdové rozměry Noemovy archy, tyto údaje bychom byli nuceni vzít v potaz, naším úkolem je však pouze odhadnout velikost a hmotnost archy, která je naložena páry od všech živočišných druhů. V následujících výpočtech se tak budeme věnovat pouze jim.

Druh (anglicky *species*) je z biologického hlediska taxonomická jednotka, která označuje nejhlubší a nejpodrobnější členění organismů a určuje jejich dvouslovný vědecký název, například slon indický. Už nyní je tak zřejmé, že počítat rozměry jednotlivých párů od každého druhu je zcela určitě nad naše síly a budeme si muset náš výpočet zjednodušit. Zavedeme si proto *jednotku* průměrného živočicha, se kterou budeme dále počítat.

Z dat nejnovějšího vědeckého výzkumu⁷ týkajícího se počtu druhů rostlin a živočichů na souši a ve vodě můžeme spočítat, že na Zemi v současnosti žije $9\,920\,000 \pm 968\,900$ zvířecích druhů. Je zřejmé, že v době, kdy žil Noe (tedy přibližně 2000 let př. n. letopočtem) žilo druhů

⁵https://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r10/s8/prikklad8-3.pdf

⁶Dále vyvstávají otázky týkající se samotného výkladu Bible, nalodil například Noe i mořské živočichy, kteří potopu mohli přežít i bez jeho záchrany?

⁷<https://journals.plos.org/plosbiology/article?id=10.1371/journal.pbio.1001127>

více, řádově jsou však počty vyhynulých druhů⁸ výrazně nižší, než je nejistota celkového počtu živočichů, pro náš výpočet jsou tak tyto druhy zanedbatelné.

Mezi našimi živočichy najdeme druhy vážící několik desítek gramů i plejtváka obrovského, který může dosahovat hmotnosti 150 000 kg. Z poměru vah jednotlivých říší zvířat⁹ můžeme odhadnout, že za průměrné zvíře, co se týče hmotnosti a rozměrů, můžeme považovat středně velkého savce, například ovci. Ta váží přibližně¹⁰ 100 kg, váha Noemovy archy se všemi živočišnými páry by tak dle našeho odhadu byla $(1,98 \pm 0,97) \cdot 10^9$ kg. Je ovšem zřejmé, že nejistota je větší, například právě kvůli absenci výpočtu průměrné hmotnosti živočišného druhu, za kterou jsme pouze dosadili hmotnost ovce, protože výpočet by byl mimo možnosti tohoto řešení. Vidíme také, že nejistota je poměrně velká, například v poměru vůči tomu, s jakými nejistotami se setkáváme u experimentálních úloh ve Výfuku, a náš odhad se tedy pohybuje v širokém intervalu. V jeho přesnějším určení nám však brání především limity našeho vědeckého poznání, v tomto případě určení přesného počtu druhů na planetě.

V Bibli jsou rozměry¹¹ Noemovy archy uvedeny jako 135 m, 22,5 m a 13,5 m. Bylo již odhadnuto,¹² že taková loď, vyrobená ze stejného materiálu, jak příběh o Noemově arše uvádí, by unesla hmotnost 50 540 000 kg, což je řádově nižší, než náš odhad hmotnosti nákladu. Pokud by tak archa musela nést přibližně čtyřicetkrát větší hmotnost a musela mít přibližně čtyřicetkrát větší objem, její rozměry by byly (443 ± 77) m (74 ± 13) m a $(44,5 \pm 7,5)$ m. To jsou rozměry srovnatelné s velikostí dnešních nákladních lodí – ta největší má v současnosti délku 458 m¹³. Suezským průplavem, kde je přípustná šířka lodi 77,5 m¹⁴ by naše archa pravděpodobně proplout mohla.¹⁵

Jak jsme si již uvědomili na začátku, náš odhad rozměrů Noemovy archy nemá s rozměry realistické archy mnoho společného. V našem odhadování také máme velké množství chyb, ať už se jedná o chyby odborného odhadu počtu druhů zvířat či o chyby našeho výpočtu, jako se tomu stalo u hrubého odhadování rozměrů průměrného zvířete, výsledná nejistota našeho odhadu je tak poměrně velká. Rozměry biblické lodi již byly v minulosti kalkulovány, zajímavé shrnutí i s odpověďmi na otázky týkající se výkladu biblického příběhu jsou k nalezení například zde: <https://ncse.ngo/impossible-voyage-noahs-ark#Sizing%20Up%20the%20Load>.

Karolína Letochová
kaja@vyfuk.org

⁸<https://ourworldindata.org/extinctions>

⁹<https://www.pnas.org/content/115/25/6506>

¹⁰<https://en.wikipedia.org/wiki/Sheep>

¹¹https://cs.wikipedia.org/wiki/Noemova_archa

¹²<https://smithsonianmag.com/science-nature/could-noahs-ark-float-theory-yes-180950385>

¹³https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_longest_ships

¹⁴https://en.wikipedia.org/wiki/Suez_Canal

¹⁵Ale to by si ho nejdřív Noe musel vykopat.



Pořadí řešitelů po IX. sérii

Kategorie šestých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	IX	Σ
		10	10	10	30	60				
1. Petr Barták	Slovanské G, Olomouc	8	9	–	17	39				
2. Zuzana Kýrová	ZŠ nám. Svornosti, Brno	8	9	–	17	26				
3. Marek Dušek	G Jiřího z Poděbrad, Poděbrady	1	4	1	6	20				
4. Michal Boušek	ZŠ Úvoz, Brno	8	8	1	17	17				
5. Marmilián Hošťálek	Církevní G, Plzeň	8	–	–	8	15				
6. Jakub Šrámek	ZŠ Vejrostova, Brno	–	–	–	–	9				
7. Alžběta Sochorová	G, Blovice	–	–	–	–	6				
8. Václav Prachař	ZŠ V Rybníčkách, Praha 10	–	–	–	–	5				
9. Milan Dostálek	Purkyňovo G, Státnice	–	–	–	–	4				

Kategorie sedmých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	IX	Σ
		10	10	10	30	60				
1. Kosma Šatánek	ZŠ a MŠ Telecí	6	8	7	21	48				
2. Alžběta Nováčková	Nový PORG, Praha	8	9	4	21	45				
3. Johana Seinerová	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	20				
4. Jan Herzig	G J. Š. Baara, Domažlice	–	–	–	–	19				
5. Lenka Hromádková	G, Hlinsko	–	–	–	–	17				
6. Jan Krížek	ZŠ speciální Plzeň	8	–	5	13	13				

Kategorie osmých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	IX	Σ
		10	10	10	30	60				
1. Veronika Menšíková	Arcibiskupské G, Praha	8	10	7	25	52				
2. Damian Šatánek	ZŠ a MŠ Telecí	6	7	8	21	50				
3. Patrik Pöschl	ZŠ Školní ul., Hrádek nad Nisou	9	9	5	23	41				
4. Matyáš Vítek	ZŠ Seifertova, Jihlava	7	10	4	21	36				
5. Klára Štěrbová	G Nad Štolou, Praha	7	2	2	11	35				
6.–7. Nikola Jarošův	ZŠ a MŠ Dolní Loučky	7	10	4	21	34				
6.–7. Vojtěch Zielina	G, Trinec	8	2	4	14	34				
8. Vít Novák	ZŠ Chyšky	6	–	5	11	29				
9. Veronika Huclová	G, Voděradská, Praha	8	–	–	8	28				
10. Tomáš Zvolánek	ZŠ V Sadech, Havlíkův Brod	5	–	4	9	25				
11. Sofie Prchalová	G, Šumperk	5	0	0	5	24				
12.–13. Vojtěch Jedlička	G, Mikulov	8	–	1	9	22				
12.–13. Patricie Labuťová	G B. Němcové, HK	7	–	1	8	22				
14.–15. Lukáš Franta	G Christiana Dopplera, Praha	8	–	4	12	18				
14.–15. Eliška Tomanová	ZŠ Otakara Březiny, Jihlava	4	–	–	4	18				
16.–17. Lucie Rottová	G Ústavní, Praha	–	–	–	–	16				
16.–17. Ondřej Sukup	Arcibisk. G, Kroměříž	–	–	–	–	16				
18.–19. Adam Pustka	G F. X. Šaldy, Liberec	8	–	–	8	15				

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	IX	Σ
		10	10	10	30	60				
18.–19. Jana Vestfálová	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	3	–	–	3	15				
20. Mark Joly	G, Havlíčkův Brod	7	–	–	7	14				
21. Antonín Pech	G P. de Coubertina, Tábor	6	–	–	6	13				
22. Tereza Nejezchlebová	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	11				
23.–24. Michal Dobrovolný	G Masarykovo nám., Třebíč	7	–	3	10	10				
23.–24. Ema Mojžíšková	ZŠ Sezemice	4	–	–	4	10				
25.–26. Natálie Boucová	Masarykovo klasické G, Říčany	–	–	–	–	9				
25.–26. Kristýna Kábrtová	G a SOŠ Havlíčkova, Úpice	4	–	–	4	9				
27.–28. Václav Forst	ZŠ Třemošná	3	–	–	3	8				
27.–28. Tomáš Řehák	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	–	–	–	8				
29.–30. Melánie Boušková	G Pod Svatou horou, Příbram	–	–	–	–	7				
29.–30. Matouš Dobrovolný	ZŠ T. G. Masaryka Třebíč	–	–	–	–	7				
31. Kristyna Kuhnova	ZŠ a MŠ Tlučná	–	–	–	–	4				

Kategorie devátých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	IX	Σ
		10	10	10	30	60				
1. Ivan Žemlička	G Ústavní, Praha	8	9	9	26	52				
2. David Něníčka	G, Rožnov pod Radhoštěm	8	9	–	17	41				
3.–4. Karel Kubeš	G, Písek	8	8	4	20	39				
3.–4. Václav Verner	PORG, Praha	7	–	8	15	39				
5. Pavla Šimová	G, Šumperk	–	–	–	–	24				
6. Yasmin Fazla	G, nám. TGM, Zlín	7	–	–	7	19				
7.–8. Richard Štindl	G, Moravská Třebová	0	1	1	2	14				
7.–8. Václav Vostal	G Masarykovo nám., Třebíč	4	–	–	4	14				
9. Adam Bretšnajder	G Z. Wintra, Rakovník	7	–	–	7	13				
10. Jan Kroupa	ZŠ T. G. Masaryka Klatovy IV	5	–	–	5	11				
11. Radim Gabriel	G Volgogradská 6a, Ostrava	4	–	–	4	10				
12.–14. Michal Branda	G Dašická, Pardubice	–	–	–	–	7				
12.–14. Lucie Kvitová	G, Jeseník	–	–	–	–	7				
12.–14. Jindřich Urban	ZŠ Divišov	–	–	–	–	7				
15. Jakub Škaloud	G Opatov, Praha	–	–	–	–	6				
16. Jana Kopáčeková	G J. Vrchlického, Klatovy	–	–	–	–	4				



Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <https://vyfuk.org>
e-mail: vyfuk@vyfuk.org

 /ksvyfuk  @ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.