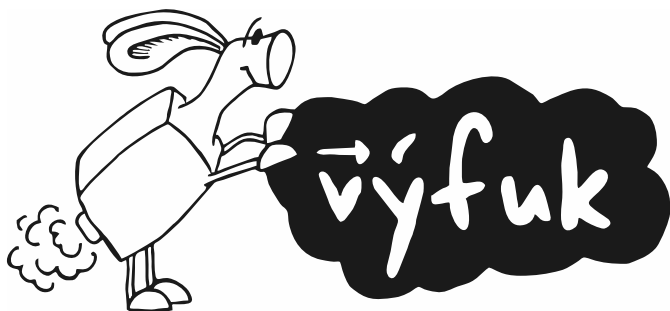




výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

právě se k vám dostává třetí letošní brožurka, ve které najdete zadání již třetí série. Čekají na vás úlohy o pečení vánočního cukroví, o otáčení na kolotoči nebo o kolečkové židli. V experimentální úloze se přes internet připojíte do vzdálené laboratoře, kde budete ovládat experiment z pohodlí svého domova. Řešení této úlohy nenechávejte na poslední chvíli, jelikož k experimentu může být připojený pouze jeden člověk, takže by se na vás ke konci nemuselo dostat. Těšit se můžete také na zbrusu nové Výfučení, které se zabývá mikroskopy.

V brožurce naleznete také vzorová řešení první série a výsledkové listiny po této sérii. Opravená řešení naleznete v pultíku, kde odevzdáváte řešení. Z důvodů epidemické situace je nerozšiřujeme poštou. Nemusíte se však bát, že byste byli ochuzeni o bonusy. Ty spolu s případnými cenami z Výfučího binga odešleme, jakmile to situace dovolí.

O víkendu 27.–29. 11. také proběhlo první online Podzimní setkání, během kterého jsme vyslechli několik přednášek, virtuálně zavítali do fyzikálních laboratoří a zahráli si několik her. Děkujeme vám za účast a doufáme, že se v letošním ročníku již uvidíme i na nějaké prezenční akci.

Pěkné Vánoce a hodně štěstí do nového roku přejí

Organizátoři

vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz



Zadání III. série



Termín odeslání: 18. 1. 2021 20.00

Úloha III.1 ... Vánoční dláždění ⑥ ⑦

5 bodů

Eva pekla vánoční cukroví a jednu várku kompletně spálila, Aleš ji ale uklidnil, že to ještě není nejhorší. Třeba Pat a Mat – ti když pekli, bylo to tak tvrdé, že si z toho vydláždili chodník. Eva se zeptala, jestli by se z jejích lineckých komet dal dláždít nekonečný prostor. Aleš jí odpověděl, že ne, a oba začali přemýšlet, jaké jiné cukroví by Eva měla upéct, aby se jí to podařilo.

Dokažte, že se nekonečná plocha dláždít dá, a vymyslete alespoň 5 různých tvarů, kterými to lze (jako bonus můžete vymyslet nějaký typický tvar vánočního cukroví).



Úloha III.2 ... Countryballs ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

5 bodů

Podíváte-li se na mapu Evropy s hlavními městy (třeba zde¹), možná vás zarazí, že ve většině případů nejsou hlavní města ve vnitrozemí, ale u hranice. I když vyloučíme přímořské státy (u nichž je pravděpodobné, že je hlavní město přístav), tento trend je zřejmý. Ale proč? Nebylo by pro administrativu výhodnější, kdyby hlavní město bylo ve středu země, aby ke každému místu mělo co nejbližší?



Obrázek 1: Mapa Evropy

¹https://europa.eu/european-union/sites/europaeu/files/easy_to_read/european-map_en.jpg

Podíváme se na jedno možné matematické vysvětlení tohoto fenoménu: náhodu. Představme si nějaký vzorový stát, který má pro zjednodušení tvar kruhu. Když bychom na mapu tohoto státu chtěli umístit hlavní město, přičemž všechna místa by měla stejnou pravděpodobnost, s jakou pravděpodobností bychom jej umístili do vnitřku – kruhu o poloměru r ?

Kdo správně počítá, vidí, že zdaleka nevyšla pravděpodobnost 50 %. Jaký by musel být vnitřní poloměr vyjádřený jako násobek poloměru r , aby šance na umístění do vnitřního půlkruhu byla stejná jako šance na umístění ven?

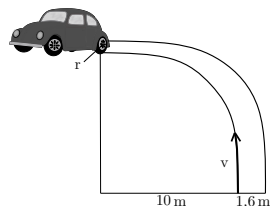
Úloha III.3 ... Diferenciální počet ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Lidové přísloví říká, že čert se skrývá v maličkostech, a obzvláště mnoho se jich nachází u konstrukce auta. Jako nadějní mladí inženýři byste mohli sestavit účinný motor, připevnit jej na kola spojená tyčí a vyrazit na cestu. Nicméně v nejbližší zatáčce byste zažili první překvapení. Vzhledem k tomu, že vaše auto má nezanedbatelnou šířku, by se kola v zatáčce otáčela s rozdílnými rychlostmi, což by autu nesvědčilo.

Ke skutečným autům je připojena součástka s názvem diferenciál, jejímž úkolem je řešit rozdílné rychlosti otáčení kol, pojďme se však podívat, jak markantní tento rozdíl v reálné situaci je.

Představme si např. Škodu Favorit jedoucí do levotočivé zatáčky o vnitřním poloměru 10 m rychlostí $v = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Vzdálenost kol od sebe je cca 1,6 m a jejich poloměr je $r = 34 \text{ cm}$. Představte si pro zjednodušení, že obě přední kola cestují po soustředných kružnicích.



Obrázek 2: Průjezd auta zatáčkou

1. Je-li v rychlost levého kola, jakou frekvencí (tj. kolikrát za sekundu) se kolo otáčí kolem své osy?
2. Jakou frekvencí se otáčí kolem své osy pravé kolo a jaký je to rozdíl?

Počítejte s tím, že obě kola neprokluzují.

Úloha III.4 ... You spin me round... ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Jonatán si stoupl doprostřed kolotoče, což je disk s poloměrem $r = 5,0 \text{ m}$, když v tom ho Barbora stojící mimo kolotoč roztočila konstantní frekvencí $f = 1,0 \text{ Hz}$. Jonatán chtěl k Barboře přijít a napadly ho dvě možnosti, jak to udělat. Nejdříve ho napadlo, že půjde prostě rovně.

1. Půjde-li rovnou za nosem (a zpočátku se dívá na Barboru), jakou musí jít rychlostí, aby nemusel na konci kolotoče čekat? Tj. aby přesně na konci své dráhy byl u Barbory? Pokuste se popsat všechny možné rychlosti.

Napadla ho ale ještě jiná možnost – půjde tak, aby Barboru pořád viděl před sebou. V takovém případě ale bude jeho rychlost poněkud komplikovaná a jistě se bude v čase měnit.

2. Zaveďte si souřadnicovou mřížku x a y (tzv. kartézské souřadnice), kde osa x bude procházet Barborou a Jonatánem na počátku. Tyto souřadnice by měly být „spojené se zemí“, tzn. že vůči nim se kolotoč bude otáčet. Vyjádřete rychlost Jonatána v těchto souřadnicích, aby při chůzi měl Barboru pořád před sebou. Tato rychlost bude záviset na čase

a bude mít dvě složky (matematici by řekli, že se jedná o vektor rychlosti). Zároveň předpokládejte, že Jonatán dojde k Barboře za stejný čas jako nejmenší možný čas v předchozí úloze.

Úloha III.5 ... Židli s kolečky ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ★

7 bodů

Robert o hmotnosti $m = 62 \text{ kg}$ má otočnou židli o hmotnosti $m_z = 8 \text{ kg}$ a rád na ní cestuje. Odráží se o stůl o hmotnosti $m_s = 35 \text{ kg}$ uprostřed pokoje. Jestliže se Robert odráží rychlostí $v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, odcestuje do vzdálenosti $s = 0,5 \text{ m}$.

1. Jak velká brzdná síla na židli působí?
2. Jakou rychlost má stůl těsně potom, co se od něj Robert odráží?
3. Jak daleko docestuje stůl, pokud je brzdící síla stejná pro stůl i pro židli? A jak daleko, pokud je pro oba síla úměrná tlakové síle na podložku?



Úloha III.E ... Vzdálené laboratoře ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Na adresách <https://bit.ly/2HsaCaC> a <https://bit.ly/33aoVIF> máte přístup ke dvěma vzdáleně řízeným experimentům prováděným na stejném zařízení. Prvním je detekce částic radioaktivního záření v závislosti na vzdálenosti vzorku od detektoru (stínění vzduchem) a druhým je detekce při konstantní vzdálenosti, ale se stíněním rozdílně tlustými destičkami různých materiálů.

Detektor snímá částice vždy po určitý čas a měření opakuje, protože pro každý časový interval vzorek vyzařuje různý počet částic. Vyberte si jeden z experimentů a *po přečtení všech informačních textů* proměřte vzorek ve všech nabízených délkách, či stíněních.

V teoretické části vašeho řešení popište experiment, jak mu rozumíte a především dobře svými slovy popište vaše experimentální uspořádání i zdroj záření. Údaje použijte na určení průměrného průběhu množství zachycených částic za daný interval v závislosti na vzdálenosti či stínění a nezapomeňte přiložit graf a tabulku hodnot (zprůměrovaných z opakovaných měření za několik intervalů – počet intervalů si sami určete). (Úlohu nemusíte zpracovávat podle pokynů na dané webové stránce v sekci *Zpracování / Zpracování naměřených dat*, ale jen dle pokynů zde.) Vysvětlte svými slovy, proč jsou hodnoty takové, jaké jsou.

Upozornění: Experiment je veřejný, a proto není dobrý nápad se k němu dostat na poslední chvíli! Pokud jej někdo používá, ovládání je pro ostatní uživatele zablokováno nejdéle na 20 minut. V takovém případě musíte přijít později, proto doporučujeme úlohu zpracovat s předstihem (blokování může být ale způsobeno i tím, že jste otevřeli oba zmíněné odkazy naráz). *Pokud něco nefunguje, kontaktujte nás rovnou na vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz či tel. číslo +420 728 060 232.*

Úloha III.V ... Mikroskopická ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Julča má nový mikroskop a začala přemýšlet, co si pod ním zobrazí. Jelikož ji zajímá i mikrobiologie, napadlo ji, že by si mohla zobrazit prvoka, kterého by normálně neměla možnost tak detailně spatřit.

1. Vypočítejte skutečnou velikost tohoto prvoka a příčné zvětšení mikroskopu, když víte, že úhlové zvětšení mikroskopu je 125, velikost obrazu je 0,5 cm a předmětová ohnisková vzdálenost okuláru je 2 cm.
2. Jelikož Julča chtěla pořádně prozkoumat možnosti mikroskopu, vyměnila stávající objektiv za jiný, který má zvětšení 40×, a chtěla jej nastavit tak, aby viděla prvoka stejně zvětšeného jako předtím. Jaké úhlové zvětšení okuláru musí použít?
3. Na jakou délku musí v tomto případě nastavit tubus mikroskopu (okulár vzdálit od objektivu), aby mohla vidět onen stejně zvětšený ostrý obraz za předpokladu, že nový objektiv má obrazovou ohniskovou vzdálenost 1 mm?



Výfučení: Mili, mikro, nano? Mikroskopům ano!

Úvod

V tomto Výfučení se budeme zabývat přístroji, které zvětšují velmi malé objekty – mluvíme o mikroskopech. Mikroskopy se nejčastěji používají v biologických, chemických a vývojových laboratořích. Vy jste se s nimi možná setkali ve škole na hodinách přírodopisu. Dnes si vysvětlíme, jak takový mikroskop funguje a jaké existují druhy mikroskopů. Dozvíme se, že věda, která tyto přístroje používá k pozorování okem neviditelných objektů a struktur, se nazývá mikroskopie. Také zjistíme, že tato disciplína se již dávno neomezuje na pozorování pomocí světla, ale že používáme i mikroskopy elektronové a sondové skenovací. Velkou část Výfučení ovšem věnujeme těm nejběžnějším mikroskopům, tedy optickým.

Historie

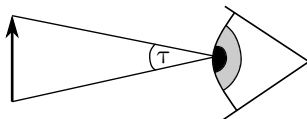
Údajně první mikroskop sestavil Zacharias Janssen z Nizozemska již v roce 1590. To ale dokládají pouze některé zdroje. Mikroskopii se zabýval také Galileo Galilei, který roku 1609 přetvořil mikroskop na dalekohled (rozdíl je v tom, že mikroskop zvětšuje malé objekty, dalekohled přibližuje objekty velmi vzdálené). Galileo mohl pomocí dalekohledu detailně pozorovat povrch Měsíce. Později mikroskop vylepšil, a byl tak prvním datovaným člověkem, který použil mikroskop. Další významná osobnost v tomto oboru byl britský geolog, Robert Hook. Roku 1665 napsal knihu *Micrographia*, ve které popsal konstrukci mikroskopu s odděleným objektivem, okulárem a osvětlovacím zařízením. Také tam přiložil mnoho mikroskopických zobrazení. Tím byly poprvé doloženy možnosti přístroje ve vědeckém výzkumu.

Optický (světelný) mikroskop

Optická soustava

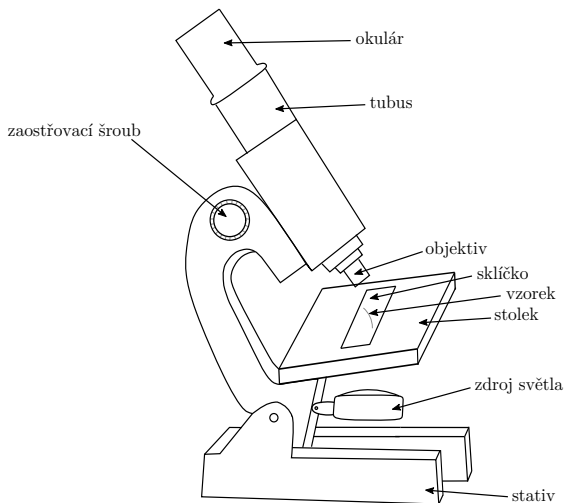
Nejprve zavedme pojem zorný úhel. Zorný úhel τ pozorovaného objektu je roven velikosti úhlu, který svírají paprsky světla jdoucí od okrajů předmětu do oka.

Mikroskop pracuje na principu zvětšení zorného úhlu, což nám umožní si pomocí čoček nebo zrcadel zřetelně prohlédnout malé *předměty*. Použitím tohoto mikroskopu můžeme dosáhnout



Obrázek 3: Zorný úhel

zvětšení² až $1\,500\times$. Optická soustava mikroskopu je složena ze dvou částí, jak lze vidět na obrázku č. 4.



Obrázek 4: Stavba monokulárního (na jedno oko) světelného mikroskopu. Mikroskop se dvěma okuláry pro obě oči nazýváme binokulární.

Za prvé na obrázku vidíme *objektiv*, který vytváří – řečeno optickou terminologií – „zvětšený, převrácený a skutečný“ obraz předmětu³. Slovem *zvětšený* myslíme to, že se paprsky původně vycházející z každého jednoho bodu předmětu zaostří po průchodu objektivem opět do jednoho bodu, který však bude dále od osy objektivu – předmět promítá jako větší, pokud bychom do správné vzdálenosti položili za objektiv projekční plátno (stínítko). Slovem *převrácený* zase myslíme to, že paprsky jsou znovu zaostřeny na body, které jsou však na opačné straně od osy čočky než na té, na které do ní vstupovaly. Na projekčním plátně tedy obraz nebude jen větší, ale bude mít také prohozené všechny strany – bude tedy osově souměrný s původním předmětem podle osy čočky. (Opakem převráceného obrazu je tzv. *vzpřímený* obraz, což uznáváme, že není úplně intuitivní pojmenování při použití kulatých čoček.) Nakonec slovem *skutečný* se jen ujišťujeme, že se paprsky opravdu potkávají někde nad objektivem, kde bychom mohli pomyslné plátno umístit. Opakem skutečného obrazu je *zdánlivý*, který nejde zobrazit stínítkem,

²Ve Výfučení se budeme bavit především o 2 typech zvětšení, a to *příčném zvětšení*, které se týká čoček objektivů, a o *úhlovém zvětšení*, týkajícím se okulárů a celkového zvětšení mikroskopu.

³Když mluvíme o předmětu, myslíme tím pozorovaný předmět, který značíme šipkou *y* na obr. č. 5.

protože jeho paprsky se mohou rozbíhat od sebe nebo být rovnoběžné, například po průchodu rozptylnou čočkou. Tu ale našťestí nikde v mikroskopu nenajdeme.

Za druhé je na obrázku *okulár*, který umožňuje pozorování obrazu pouhým okem. Předmětem pro okulár je skutečný obraz pozorovaného objektu, původně vytvořený objektivem. Velikost obrazu předmětu je zaznačena na obrázku č. 5 jako y' . Okulár tento obraz mění na „zvětšený, převrácený a zdánlivý“. Zdánlivý proto, že paprsky dříve se rozbíhající srovná do rovnoběžných a oku se tak zdá, že jde o paprsky přicházející z dálky (obraz je tzv. *nekončnu*). Nemusí se pak snažit na ně nijak zaostřovat a čočka oka je potom ve svém výchozím nastavení přímo ostří na sítnici. (Bez čočky oka by se však obraz nepromítl, protože paprsky jsou už rovnoběžné a nikdy se nepotkají, proto jde o případ „zdánlivého“ obrazu).

Pro běžné pozorování se využívá tzv. *Huygensův okulár*. Ten je složen ze dvou *ploskovypuklých čoček* (takové mají povrch z jedné strany rovný a z druhé „prohnutý“ ven), obrácených rovinnými plochami k oku. Další částí mikroskopu je tubus, ten nastavuje (navzájem oddaluje, nebo přibližuje) vzájemné polohy objektivu a okuláru, a umožňuje tak zaostření.

Kolikrát větší?

Pro výpočet celkového (úhlového) zvětšení mikroskopu je důležité příčné zvětšení objektivu Z a úhlové zvětšení okuláru γ_2 . Jejich součin dává úhlové zvětšení mikroskopu γ . Celkem tedy:

$$\gamma = Z \cdot \gamma_2.$$

V praxi potřebné údaje nalezneme napsané přímo na objektivu a okuláru, stačí je tedy spolu vynásobit a zjistíme, na kolikrát větší obraz se díváme. My půjdeme trochu hlouběji. *Příčné zvětšení objektivu* nám říká, kolikrát větší obraz oproti skutečnému předmětu pozorujeme. V následujícím vzorci je y velikost předmětu a y' velikost obrazu.

$$Z = \frac{y'}{y}$$

Úhlové zvětšení okuláru určuje, pod kolikrát větším zorným úhlem předmět pozorujeme. Důležitou veličinou je *optický interval mikroskopu* Δ , což je vzdálenost mezi obrazovým ohniskem objektivu F' a předmětovým ohniskem okuláru F_0 , matematicky zapsáno jako

$$\Delta = |F'F_0|.$$

Příčné zvětšení objektivu lze z podobnosti pravoúhlých trojúhelníků o odvěsnách $y \perp f$ a $y' \perp \Delta$, vypočítat také jako

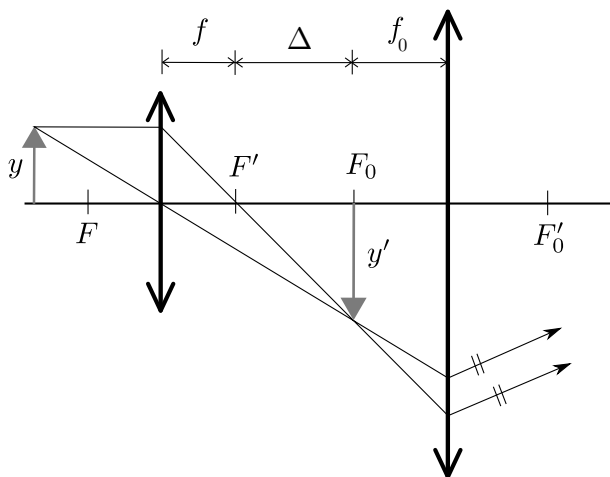
$$Z = \frac{\Delta}{f},$$

kde f je ohnisková vzdálenost objektivu. Do vzorců je důležité dosazovat shodné jednotky délky, např. milimetry. Příčné zvětšení objektivu mj. udává poměr výšky obrazu a výšky předmětu.

Pro úhlové zvětšení okuláru platí

$$\gamma_2 = \frac{d}{f_0},$$

kde d je tzv. konvenční zraková vzdálenost (25 cm při pozorování zdravým okem) a f_0 je předmětová ohnisková vzdálenost okuláru.



Obrázek 5: Zobrazení předmětu mikroskopem, kde f a f_0 jsou ohniskové vzdálenosti, delta je optický interval mikroskopu; F , F' , F_0 , F'_0 značí ohniska, y je objekt a y' je skutečný obraz.

Optická soustava mikroskopu se skládá ze dvou čoček. Objektiv funguje jako běžná spojná čočka, okulár jako lupa.

Celkové zvětšení mikroskopu lze zjistit součinem dvou předešlých vzorců.

$$\gamma = Z\gamma_2 = \frac{y'}{y} \cdot \frac{d}{f_0} = \frac{\Delta}{f} \cdot \frac{d}{f_0}$$

Nakonec si uvědomme, že navzdory tomu, že jsou okulár a objektiv na obrázku 5 naznačeny různě dlouhými čarami, ve skutečnosti může jít o stejně velké čočky. Zvětšení je pouze o součinnosti zvětšení obrazu objektivu vůči předmětu a velikosti zdánlivého obrazu okuláru, který pro okulár funguje jako nový předmět, vůči zmíněnému obrazu objektivu. To vše závisí především na zakřivení povrchů obou čoček a jejich správné vzdálenosti.

Druhy mikroskopů

Typy mikroskopů různě vypadají a všechny mají rozdílné využití, používají jiné zdroje k vytváření obrazů nebo se liší zvětšením. Pojďme se podívat na některé z nich.

Světelné (optické) mikroskopy

Jsou nejběžnější, využívají bílého světla ze zdroje (např. školní). Do této kategorie řadíme i UV (ultrafialové) a IR (infrachervené) nebo fluorescenční mikroskopy. Ve fluorescenční mikroskopii využíváme vlastnosti předmětů nebo i živých buněk světélkovat. Touto vlastností se vyznačuje například rod *Lucibacterium*, což jsou zajímavé bakterie obývající mořskou vodu, které jsou zodpovědné za tzv. *Milky seas efekt*, kdy v noci můžeme na některých místech oceánu pozorovat, že voda „září“.

Dále sem patří binokulární stereoskopy, které nemají moc velké zvětšení, ale místo toho poskytují dostatečný prostor pro přímou práci s preparátem pod objektivem. Toho lze využít

např. při preparaci malých vzorků.⁴ Stereoskop umožňuje pozorovat neprůhledné předměty, a to ve 3D zobrazení.

Naopak k pozorování dvojlomných látek – krystalů (o kterých jste si mohli přečíst více v prvním Výfučení) používáme polarizační mikroskopy. Tyto typy vytvářejí tzv. polarizované světlo⁵ pomocí polarizačních filtrů. Vzorek krystalu rozdělí polarizovaný paprsek na dva (proto látky dvojlomné), tyto světelné vlny interferují⁶ (dochází ke skládání) a to se projeví vznikem barevného obrazu krystalu.

Elektronové mikroskopy

Můžeme pomocí světelného mikroskopu dosáhnout libovolného zvětšení? Mohlo by se zdát, že ano, nicméně, jak fyzici na počátku 20. století zjistili, při průniku do mikrosvěta se radikálně mění platnost zákonů klasické fyziky. Začínají zde platit nové zákony z tzv. *kvantové fyziky*, z kterých vyplne, že používat viditelné světlo pro sledování velmi malých věcí nelze. Proto se místo světla začal používat proud elektronů.

Do elektronové mikroskopie patří optickým mikroskopům podobné *ultramikroskopy*. Ty zobrazují ještě menší částice díky proudu elektronů ve vakuu, které jsou zde místo světla, a soustavě cívek jejichž elektromagnetická pole slouží jako obdoba čoček. Ostatní elektronové mikroskopy jsou velká zařízení, která poskytují zvětšení s až v řádech milionů větším rozlišením než optické mikroskopy. Nejznámější elektronové mikroskopy jsou TEM (transmisní elektronový mikroskop) a SEM (skenovací el. mikroskop). Transmisní el. mikroskop využívá k zobrazení elektrony, které vzorkem prošly (např. čím méně elektronů projde, tím je vzorek tlustší, tedy neprůhlednější), skenovací využívá elektrony, které byly od vzorku odrazeny.

Skenovací sondové mikroskopy

Zde se dostáváme až do rozlišení v řádu nanometrů. Pomocí těchto přístrojů můžeme tedy pozorovat struktury až na úrovni jednotlivých atomů (do jednoho nanometru se vejde jeden těžký, nebo pár lehkých atomů vedle sebe). Ovšem pořídit takový obraz trvá podstatně delší dobu. Tyto mikroskopy využívají k vytvoření 3D obrazu sondu, která se pohybuje velmi těsně nad povrchem vzorku. Obraz je následně zpracován počítačem. Skenovací sondová mikroskopie se využívá ke studiu povrchů látek. Má uplatnění například v nanotechnologiích či fyzice materiálů (lze např. zkoumat drobné nedokonalosti povrchu).

Do tohoto odvětví mikroskopie řadíme např. AFM (Atomic Force Microscope; mikroskop atomárních sil). AFM využívá vzájemného působení sil⁷ mezi atomy vzorku a atomy sondy na pružném nosníku. Sonda se pohybuje nad povrchem a zaznamenává, jak se musí vychýlit, aby do povrchu nenarazila.

⁴Preparace je proces, kdy připravujeme vzorky k pozorování, nebo samotné pozorování.

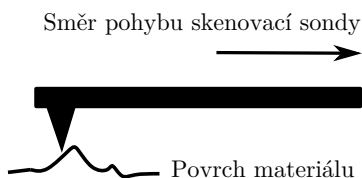
⁵Pro přesný výklad pojmu polarizace světla si musíte počkat na střední až vysokou školu, avšak už nyní můžeme prozradit, že se jedná o vlastnost, kterou částice světla nesou zrovna tak, jako nesou vlnovou délku (barvu), a jejich množství pak nese intenzitu. Různými zdroji nebo zařízeními můžeme světlo vytvářet nebo filtrovat podle polarizace, čehož se využívá například ve fotografiích nebo slunečních brýlích pro řidiče při odstraňování odlesků od lesklých povrchů, z nichž vychází světlo často jednotně polarizováno a je tak možné jej celkově odstínit, zatímco ostatní projde skrz.

⁶Princip interference jsme nepřímo zmínili v 5. úloze 6. série 9. ročníku Výfuku: https://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r09/s6/prikklad6-5.pdf

⁷Při skenování se projevují především Van der Waalsovy síly, jednoduše řečeno síly přitažlivé a odpudivé mezi atomy příliš vzdálenými, aby utvořily vazbu.



Obrázek 6: Skenovací elektronový mikroskop (SEM) na Ústavu analytické chemie, Akademie věd ČR v Brně.



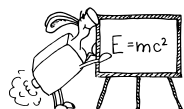
Obrázek 7: Skenovací sonda nad povrchem vzorku

Závěr

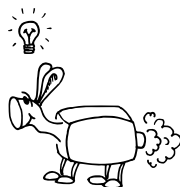
Mikroskopy jsou opravdu fascinující optické soustavy, které dokáží mnohonásobně zvětšit velmi malé objekty. Vysvětlili jsme si, jak různé mikroskopy vypadají zevnitř i zvenku a na jakých principech fungují. Snad již tomuto přístroji lépe rozumíte a nebude tak pro vás problém vyřešit poslední úlohu. I když se možná mohlo zdát Výfučtení dlouhé, věřte, že toto je pouhé nahlédnutí do světa mikroskopie.

Julie Weisová
julca@vyfuk.org

Anežka Čechová
anezka@vyfuk.org



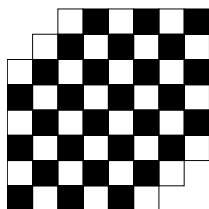
Řešení I. série



Úloha I.1 ... Stará šachovnice

5 bodů; průměr 4,67; řešilo 12 studentů

Dan našel u babičky na půdě krabici starých společenských her. Mezi nimi byly kostky domina nebo třeba šachovnice, která však byla podivně poničená, jak můžete vidět na obrázku 8.

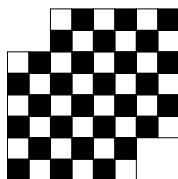


Obrázek 8: Podivně poničená šachovnice

Dana tedy napadlo, že se pokusí kostky domina na šachovnici vyskládat. Kolik kostek se Danovi povede na šachovnici položit tak, aby se nikde nepřekrývaly? Jedna kostka domina zabere přesně dvě sousední políčka šachovnice.

Když se podíváme na rozmístění bílých a černých políček, zjistíme, že všechna bílá políčka sousedí pouze s černými a naopak. Z toho jasně plyne, že každá dominová kostka musí ležet na jednom černém a jednom bílém políčku. Když políčka spočítáme, zjistíme, že na šachovnici se nachází 30 bílých a 28 černých.

Vidíme, že bílých polí je o dvě více. Z desky proto můžeme odebrat dvě bílá pole tak, aby jich byl stejný počet jako černých, tedy tak, aby každý rozměr šachovnice byl sudý.



Obrázek 9: Upravená šachovnice

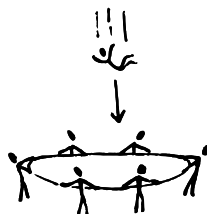
Zbude nám tedy 28 černých a 28 bílých políček a na každou dvojici z nich můžeme položit jednu kostku. Dan tedy může položit nejvýše 28 kostek.

Lubor Čech
lubor@vyfuk.org

Úloha I.2 ... Kaskadérský skok

5 bodů; průměr 4,21; řešilo 58 studentů

Během nácviu na natáčení musel kaskadér skákat ze třetího patra na kruhovou záchrannou plachtu, kterou napínalo dostatečně vysoko nad zemí kolem dokola několik jeho kolegů. Napnutá plachta má poloměr 3 m, a když zachytí kaskadéra v plné rychlosti, napne se ještě víc a můžeme si ji tehdy představit jako kužel o hloubce 1 m s nezměněným obvodem (pružnost plachty dovoluje ji stále nehybně držet za okraj). Při testování plachty se zjistilo, že plachta je tak pružná, že ji skupina bez problému udrží, pokud se jí zvětší průměr ještě o 6 % od prvního napnutí.



Kaskadér se připravuje ke skoku, napětí roste a v dalším momentu už jen letí vzduchem. O zlomek sekundy později dopadá a rychle protahuje plachtu. Trhne to s pomocníky, nebo pád ustojí?

Při dopadu kaskadéra se plachta o původním poloměru $r_0 = 3$ m prohloubí o $h = 1$ m. Na vytvořený obrazec se můžeme dívat jako na kužel (bez podstavy) nebo jednodušeji jako na rovnoramenný trojúhelník v průřezu kužele. Víme, že jeho povrch musí být nanejvýš původní povrch zvětšený o šest procent, plachta se už více neprotáhne. Snažíme se tedy zjistit povrch plachty ve tvaru pláště kužele s výškou h a poloměrem r_0 . Pokud tento obsah bude větší než maximální povrch plachty, tak jsme popsali situaci, která nemůže nastat: s kolegy držícími plachtu to místo toho trhne, neboť plachta se při pádu maximálně roztáhne a stlačí držící kolegy k sobě.

Podívejme se tedy na průřez napnuté plachty ve tvaru trojúhelníku. U tohoto trojúhelníku známe jeho základnu, což je původní průměr plachty $d_0 = 2r_0$, a jeho výšku h_0 . Nový průměr plachty (třetí stranu trojúhelníku) získáme pomocí Pythagorovy věty, jelikož u výšky a základny se nachází pravý úhel. Bude pro něj tedy platit $d = 2r = 2\sqrt{h_0^2 + r_0^2}$. Abychom zjistili procentuální nárůst průměru, stačí podělit nový průměr původním průměrem, což nám dává poměr velikostí, od kterého ještě musíme odečíst jedničku ($1 = 100\%$), abychom dostali nárůst.

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{d}{d_0} - 1 = \frac{\sqrt{h_0^2 + r_0^2}}{r_0} - 1 = \\ &= \frac{\sqrt{(1\text{ m})^2 + (3\text{ m})^2}}{3\text{ m}} - 1 = \frac{\sqrt{10\text{ m}^2}}{3\text{ m}} - 1 \doteq 0,054 = 5,4\% < 6\%\end{aligned}$$

Je tedy zřejmé, že se plachta nenapne nad kritickou hodnotu a kaskadér vyvázne po pádu ze třetího patra bez újmy na zdraví.

Patrik Kašpárek
patrik@vyfuk.org

Úloha I.3 ... Voňavá jímka

6 bodů; průměr 4,98; řešilo 51 studentů

Jelikož se minulý ročník Výfuku vydařil, odměnil Výfuček organizátory pobytem v parádní chatě u hranic naší vlasti. Organizátoři velmi rychle zjistili, že chata má jímku o objemu 2 m^3 , a co lepšího s jímkou dělat než sledovat její teplotu?

Dejme tomu, že každý organizátor se sprchuje přesně 40 l vody. V jímce se po příjezdu nacházelo přesně 120 l vody o teplotě 6°C . Viktor dostal za úkol vypočítat předpokládanou teplotu, na které se ustálí voda v ní, jestliže se zimomřivá Soňa bude sprchovat vodou o teplotě 38°C . Zajímalo ho také, kolik stupňů bude mít voda v jímce, jestliže se následně půjde

sprchovat otužilý Marco, který má rád vodu o teplotě 6°C . Pomozte Viktorovi vypočítat obě teploty za předpokladu, že teplo z vody se neuvolňuje jinak než do vody.

Matěj pak měřením ověřoval Viktorův předpoklad. Jakou teplotu by naměřil po Sonině sprše, jestliže se ve skutečnosti tepelné výměny účastnil i vzduch v jímce? Mohl naměřit rozdíl oproti teplotě vypočtené Viktorem, pokud jeho teploměr jako nejmenší dílky ukazuje desetiny stupně Celsia? Počítejte s tím, že před Soninou sprchou byla jímka se vzduchem v tepelné rovnováze. Měrná tepelná kapacita vody je $4\,200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ a vzduchu $1\,010\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Hustota vzduchu je $1,200\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a vody $1\,000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

K řešení této úlohy použijeme kalorimetrickou rovnici. Předtím si ale zavedeme jednotlivé veličiny. Celkový objem jímky si označíme jako $V_0 = 2\,\text{m}^3$, dále je důležitý objem vody, kterým se každý organizátor sprchuje, tedy $V = 40\,\text{l}$. Počáteční objem vody v jímce označíme jako $V_j = 120\,\text{l}$. Hustotu vody v jímce označíme $\rho = 1\,000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a hustotu vzduchu $\rho_{\text{vz}} = 1,200\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Tepelné kapacity vody, respektive vzduchu jsou $c_{\text{vo}} = 4\,200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, respektive $c_{\text{vz}} = 1\,010\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Nakonec nám zbývá si označit jednotlivé teploty vody, kterou se organizátoři sprchují, tedy pro Soňu $t_S = 38^\circ\text{C}$ a pro Marca $t_M = 6^\circ\text{C}$. Počáteční teplota jímky je opět $t_0 = 6^\circ\text{C}$. Teplotu vody po Sonině sprše označíme t_k .

Nyní se můžeme pustit do řešení kalorimetrické rovnice. Vyjdeme z předpokladu, že teplo, které přijme voda v jímce ke svému ohřevu, bude stejně velké jako teplo, které voda ze sprchy vydá, tedy

$$m_j c_{\text{vo}}(t_k - t_0) = m c_{\text{vo}}(t_S - t_k),$$

kde m_j , respektive m jsou hmotnosti vody v jímce a vody, která přiteče po Sonině sprše. Tyto členy nahradíme součinem hustoty vody a příslušného objemu.

$$V_j \rho c_{\text{vo}}(t_k - t_0) = V \rho c_{\text{vo}}(t_S - t_k)$$

Úpravami vyjádříme hledanou konečnou teplotu t_k , na které se voda v jímce ustálí. Jelikož spolu mícháme vodu a vodu, hustota i měrná tepelná kapacita obou látek jsou stejné a z rovnice se vykrátí.

$$V_j(t_k - t_0) = V(t_S - t_k)$$

$$V_j t_k - V_j t_0 = V t_S - V t_k$$

$$t_k(V_j + V) = V t_S + V_j t_0$$

$$t_k = \frac{V t_S + V_j t_0}{V + V_j}$$

$$t_k = \frac{40\,\text{l} \cdot 38^\circ\text{C} + 120\,\text{l} \cdot 6^\circ\text{C}}{40 + 120} = 14^\circ\text{C}$$

Po dosazení nám vyšla výsledná teplota jímky $t_k = 14^\circ\text{C}$.

Nyní se jde sprchovat Marco. Vyjdeme ze stejné rovnice, ale musíme si dát pozor, neboť objem vody v jímce se změnil (nyní je tam $V'_j = 160\,\text{l}$ kvůli tomu, že se Soňa sprchovala). Máme tak rovnici

$$m'_j c_{\text{vo}}(t_k - t'_k) = m c_{\text{vo}}(t'_k - t_M),$$

kde m'_j a m jsou hmotnosti vody v jímce a vody, kterou se sprchoval Marco, t'_k je teplota, na které se po Marcově sprše voda v jímce ustálí, a t_k je počáteční teplota vody v jímce.

Po dosažení za hmotnosti a zkrácení hustot a měrných tepelných kapacit vyjádříme hledanou teplotu t'_k

$$t'_k = \frac{V'_j t_k + V t_M}{V + V'_j}$$

a dosadíme číselné hodnoty

$$t'_k = \frac{1601 \cdot 14^\circ\text{C} + 401 \cdot 6^\circ\text{C}}{401 + 1601} = 12,4^\circ\text{C},$$

čímž nám vyjde teplota v jímce po Marcově sprše přibližně $12,4^\circ\text{C}$.

V poslední části úlohy musíme navíc do našich úvah započítat i ohřev vzduchu v jímce. Před Soninou sprchou je v jímce objem vody V_j , takže vzduchu tam je $V_0 - V_j$. Vzduch se ohřívá z $t_0 = 6^\circ\text{C}$, neboť musí mít stejnou teplotu jako voda (jsou v tepelné rovnováze), na teplotu t . Kalorimetrická rovnice pak bude vypadat

$$(V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz}(t - t_0) + V_j\rho_{c_{vo}}(t - t_0) = V\rho_{c_{vo}}(t_S - t).$$

Je zřejmé, že tentokrát se nám hustoty ani měrné tepelné kapacity vody nezkrátí, neboť už nemícháme stejnou látku, ale přibyl nám tam vzduch. Nejdříve tedy roznásobíme závorky

$$(V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz}t - (V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz}t_0 + V_j\rho_{c_{vo}}t - V_j\rho_{c_{vo}}t_0 = V\rho_{c_{vo}}t_S - V\rho_{c_{vo}}t,$$

poté vytkneme hledanou teplotu t

$$t((V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz} + V_j\rho_{c_{vo}} + V\rho_{c_{vo}}) = (V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz}t_0 + V_j\rho_{c_{vo}}t_0 + V\rho_{c_{vo}}t_S,$$

a nakonec vydělíme členem u t , abychom t vyjádřili

$$t = \frac{(V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz}t_0 + V_j\rho_{c_{vo}}t_0 + V\rho_{c_{vo}}t_S}{(V_0 - V_j)\rho_{vz}c_{vz} + V_j\rho_{c_{vo}} + V\rho_{c_{vo}}}.$$

Dosadíme, abychom získali výslednou teplotu

$$t = \frac{(1,88 \cdot 1,2 \cdot 1010 \cdot 6 + 0,12 \cdot 1000 \cdot 4200 \cdot 6 + 0,04 \cdot 1000 \cdot 4200 \cdot 38) \text{ J}}{(1,88 \cdot 1,2 \cdot 1010 + 0,12 \cdot 1000 \cdot 4200 + 0,04 \cdot 1000 \cdot 4200) \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}.$$

Po spočtení jednotlivých součinů jsou téměř konečný mezivýsledek a konečný výsledek:

$$t = \frac{13671 \text{ J} + 3024000 \text{ J} + 6384000 \text{ J}}{2279 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} + 504000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} + 168000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}} \doteq 13,97^\circ\text{C}.$$

Od minulých 14°C se náš nový výsledek neliší ani o desetinu stupně, takže bychom pomocí teploměru nepoznali rozdíl. Dává to smysl, neboť vzduch má hustotu asi tisíckrát menší než voda, takže jeho hmotnost je zanedbatelná, a tak je jeho vliv dostatečně malý, i když má poměrně velkou tepelnou kapacitu.

Na závěr bychom ještě chtěli dodat, že výpočet teploty se započtením vzduchu by šel provést trochu jinak a jednodušeji. Vzhledem k tomu, že se při výměně tepla neztrácí teplo, mohli bychom počítání rozdělit: spočítat si nejdříve, na jaké teplotě se ustálí voda v jímce a voda po sprše Soni, a následně na jaké teplotě se ustálí tato směs se vzduchem. První výměnu jsme již spočítali výše, takže by výpočet zabral méně místa.

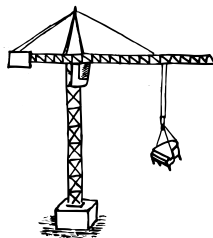
Martina Daňková
martina@vyfuk.org

Úloha I.4 ... Kapacita mobilu

6 bodů; průměr 4,98; řešilo 55 studentů

Kapacita baterie v běžném chytrém telefonu činí alespoň 1500 mAh (miliampérhodin) při napětí zhruba 3,8 V. Kolik takových baterií je potřeba, pokud bychom s nimi s 60% účinností poháněli elektrický jeřáb, kterým bychom se pokusili dostat klavír o hmotnosti 250 kg do patra obytného domu ve výšce 20 m?

Výsledek vám uznáme i v případě, že místo uvedené kapacity použijete k výpočtu kapacitu, kterou si přčtete na baterii svého mobilu. Nezapomeňte však v tom případě pro systematicklost uvést váš model baterie a jeho výrobce.



Ze základních principů fyziky víme, že energie se nikde jen tak nevezme nebo neztratí, vždy se jen přemění na jinou formu. V našem případě se jedná o přeměnu z elektrické energie E získané z baterií na potenciální energii E_p uloženou v klavíru (tím, že jsme jej zvedli). Protože ale přeměna není dokonalá a energie se přemění i do forem tepla, tření a jiných ztrát, musíme započítat i účinnost přeměny η . Taky máme baterií více, z čehož vyplývá, že musíme energii z jedné baterie vynásobit počtem baterií n .

$$E_p = n \cdot E \eta$$

Jak ovšem vypočítáme hodnoty těchto energií? Při výpočtu potenciální energie můžeme využít klasického vzorce

$$E_p = mgh,$$

kde m je hmotnost tělesa, které zvedáme, g je tíhové zrychlení a h značí výšku, do které jsme těleso vytáhli.

Pro elektrickou energii uloženou v bateriích platí, že je rovna součinu náboje a napětí. Napětí je v našich výpočtech $U = 3,8 \text{ V}$ a nemusíme s ním nic dělat, ovšem musíme upravit hodnotu náboje $C = 1500 \text{ mAh}$. Tuto hodnotu musíme převést do základních jednotek, neboli převést hodiny na sekundy (vynásobit 3600) a převést miliampéry na základní jednotky (vydělit 1000), tedy nakonec musíme výsledek pronásobit hodnotou 3,6, abychom násobením mAh a V dostali J.⁸ Po dosazení těchto dvou vztahů do původní rovnice získáváme vztah

$$mgh = n \cdot CU\eta,$$

což můžeme upravit do tvaru

$$n = \frac{mgh}{CU\eta}.$$

Do tohoto vztahu již stačí pouze dosadit hodnoty a vypočítat počet baterií

$$n = \frac{250 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20 \text{ m}}{3,6 \cdot 1500 \text{ mAh} \cdot 3,8 \text{ V} \cdot 0,6} \doteq 3,98 \doteq 4.$$

Na vytáhnutí klavíru do výšky 20 m bychom tedy potřebovali přibližně 4 baterie.

Adam Krška
adam@vyfuk.org

⁸Většinou se ale nejdříve dopracujeme k obecnému výsledku (vyjádřená neznámá) a až poté řešíme převody jednotek, neboť často musíme řešit soustavy rovnic, takže by se nám konstanty jako 3,6 pletly. Zde ale vidíme, že máme pouze jednu rovnici, takže jednotku můžeme převést rovnou.

Úloha I.5 ... Thunderball

7 bodů; průměr 5,47; řešilo 55 studentů

Ve filmu *Thunderball* tajný agent James Bond využívá kapesní zařízení, které si vsadí do pusy a funguje jako žábry. Předpokládejme na chvíli, že takové zařízení skutečně existuje, a spočítejme si, jak moc by opravdu bylo užitečné.



- Dospělý člověk se nadechne zhruba 15krát za minutu a na jeden nádech vdechne cca půl litru vzduchu. Jaký je v této úvaze průměrný tok Φ vzduchu do plic při nádechu (měřeno v $\text{l}\cdot\text{s}^{-1}$)? Uvažujte, že nádech a výdech trvá zhruba stejně dlouho.
- Obsah rozpuštěného kyslíku ve vodě je přibližně $\varphi = 8\text{ cm}^3\cdot\text{l}^{-1}$, naproti tomu ve vzduchu je ho kolem 20 % objemu. Spočítejte, jaký tok kyslíku člověk potřebuje. Předpokládejme, že Bondovo zařízení dokáže dokonale a okamžitě oddělit rozpuštěný kyslík od vody. Jaký je potřebný tok vody Bondovým zařízením?
- Filtrační zařízení bohužel nemá žádný pohon, který by jím proháněl vodu. Jak rychle by tedy James Bond musel plavat, aby zařízením proteklo dostatečné množství vody? Je takové zařízení reálné?

Předpokládejte, že Bond dýchá pusou o ploše $S = 5\text{ cm}^2$ a že díky železnému tréninku se mu při plavání nezvýší frekvence a hloubka nádechů. Pro nalezení rychlosti plavání můžete využít např. rozměrovou analýzu.

- Abychom zjistili tok vzduchu do plic při nádechu, potřebujeme vědět, jaký objem V vzduchu za jaký čas t vdechneme. Nadechneme se celkem $n = 15$ krát za minutu a při každém nádechu vdechneme $V_1 = 0,5\text{ l}$ vzduchu, celkem tedy za minutu vdechneme

$$V = V_1 \cdot n = 7,5\text{ l}.$$

Musíme si dát ale pozor, protože polovinu času (z oné minuty) provádíme výdech, takže aktivně se nadechujeme jen po čas $t = 30\text{ s}$. Hledaný tok vzduchu do plic při nádechu tak bude

$$\Phi = \frac{V}{t} = \frac{7,5\text{ l}}{30\text{ s}} = 0,25\text{ l}\cdot\text{s}^{-1}.$$

- Tok kyslíku, který člověk potřebuje, vypočteme ze znalosti obsahu kyslíku ve vzduchu a potřebného toku vzduchu Φ , který již máme vypočtený, jako

$$\Phi_{\text{O}_2} = 0,2 \cdot \Phi = 0,2 \cdot 0,25\text{ l}\cdot\text{s}^{-1} = 0,05\text{ l}\cdot\text{s}^{-1},$$

neboť právě tolik kyslíku vdechujeme (ve vzduchu je ho dvacet procent, takže jeho tok do plic při nádechu je taktéž dvacet procent z toku vzduchu).

Průtok Q vody Bondovým zařízením by musel být právě takový, aby poskytoval tolik kyslíku, kolik potřebujeme. Máme tak rovnici

$$Q \cdot \varphi = \Phi_{\text{O}_2},$$

ze které vyjádříme hledaný tok vody

$$Q = \frac{\Phi_{\text{O}_2}}{\varphi} = \frac{0,051 \cdot \text{s}^{-1}}{8 \cdot 10^{-3} \text{ dm}^3 \cdot \text{l}^{-1}} = 6,25 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Nesmíme zapomenout převést jednotky ($\text{cm}^3 \cdot \text{l}^{-1}$ na $\text{dm}^3 \cdot \text{l}^{-1}$)⁹, aby se ve výpočtu „vyrušily“ (litr se zkrátí s decimetrem krychlovým).

V případě, že si však nejsme jistí, je vždy správně dosadit řešení v základních jednotkách (tj. v $\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$), ale chytrý převod jednotek nám často ušetří hodně práce i chyby z nepozornosti.

- Víme, že zařízením musí téct průtok vody Q a že Bond nasává vodu plochou S . Jeho minimální rychlost v vypočteme ze vzorce

$$Q = Sv \quad \Rightarrow \quad v = \frac{Q}{S} = \frac{6,25 \text{ dm}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-2} \text{ dm}^2} = 125 \text{ dm} \cdot \text{s}^{-1} = 12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ve výpočtu jsme místo litrů napsali dm^3 a plochu S jsme převedli na dm^2 , aby bylo vidět, že se jednotky zkrátí. Vyjde nám v $\text{dm} \cdot \text{s}^{-1}$ (následně ho převedeme na metry za sekundu).

Taková rychlost ($12,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) odpovídá $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, a je nám tedy jasné, že takto rychle by ani James Bond plavat nedokázal. Když ještě uvážíme, že oddělení kyslíku z vody nemůže být okamžité, uvidíme jasně, že zařízení by nefungovalo.

Robert Gemrot
robert@vyfuk.org

Úloha I.E ... Pálení čarodějnic

7 bodů; průměr 4,00; řešilo 39 studentů

Mezi nejznámějšími vyvrácenými teoriemi v historii chemie je flogistonová teorie, která přežívala až do konce 18. století. Ta tvrdí, že každá hořlavá látka obsahuje směs tzv. flogistonu a popela. Během hoření flogiston uniká do okolí a ze směsi nakonec zůstane jen popel. Proto má například svíčka pod sklenicí obrácenou dnem vzhůru rychle zhasnout – dané množství vzduchu ve sklenici se flogistonuje (pojme flogiston) jen do určité nejvyšší míry a flogistonem nasycený vzduch pak brání úniku dalšího z místa hoření.

Za předpokladu, že je tato teorie správná, zkuste co nejpřesněji zjistit, jaký minimální podíl hmotnosti paliva (které je nutno určit) ve vašem krbu nebo grilu tvoří flogiston, resp. jaká jeho část unikne při vyhoření. Nemáte-li je k dispozici, můžete určit hmotnostní podíl flogistonu v dostatečně hmotné dřevěné třísce či špalku ze známého materiálu za improvizovaných podmínek. Pozor! Experiment provádějte venku (za dostatečného větrání) a na nehořlavém podkladu (kovová deska, písek, ohniště) pod dozorem dospělého! Nezapomeňte na důležitou diskusi nepřesnosti vašich měření.

Bonus: Mají váš popel či vyhořelé sirky jiné magnetické vlastnosti než původní palivo? Vyzkoušejte si je magnetem! O těchto vlastnostech a také o vyvrácení flogistonové teorie budeme více psát ve vzorovém řešení.

⁹Přitom platí $\text{dm}^3 = \text{l}$, takže obsah kyslíku ve vodě je bezrozměrná veličina.

Flogistonová teorie

Flogistonová teorie provázela chemiky od roku 1667, kdy ji vyslovil Johann Joachim Becher, až do přelomu 18. a 19. století, kdy po Lavoisierově vysvětlení hoření jako oxidace a velkém množství experimentálních vyvrácení existence flogistonu zastánci této teorie pomalu ustoupili teorii v současnosti používané. Dnes víme, že hoření látky je reakce s kyslíkem. Proč se tedy flogistonová teorie udržela tak dlouho?

Abychom tuto otázku zodpověděli, musíme se zamyslet nad podmínkami, ve kterých teorie vznikla. V době zrodu flogistonové teorie chemici teprve objevovali jednotlivé plyny.¹⁰ Vodík byl objeven až o století později, kyslík (spolu s dusíkem) následoval v roce 1772, kdy jej Carl Wilhelm Scheele pojmenoval jako „ohnivý vzduch“. Tento objev byl publikován až o pět let později. Ostatně ani sám vodík nebyl samostatným plynem nazván hned. Robert Boyle, který bublinky vodíku při chemické reakci poprvé v laboratoři pozoroval, vůbec nepovažoval vznikající plyn za něco jiného než obyčejný vzduch. Můžeme tedy vidět, že o slučování látek s něčím, co by mohlo být ve vzduchu, bylo prakticky nemožné přemýšlet. Látky, které tvoří většinu vzduchu, v době vzniku flogistonové teorie nebyly známé, člověka tedy stěžejí napadlo, že by něco ze vzduchu mohlo s hořlavou látkou reagovat za uvolnění velkého množství energie.

Když nemáme něco venku, co by hoření způsobilo (resp. nevíme, že to máme), musí logicky něco být uvnitř látky. A když je to uvnitř a při hoření se uvolňuje energie, dává smysl, aby se to něco uvolňovalo také. A tak započalo ono velké hledání flogistonu – univerzální látky obsažené ve všem, co je schopno alespoň trochu hořet (z dnešního pohledu oxidovat).

Jistě jste už viděli video, kde v laboratorních podmínkách lidé propichují balon plný vodíku.¹¹ Vodík velmi ochotně shoří, právě proto byl dlouhou dobu považován za flogiston. Bylo to velké množství neviditelné látky, která vzplála, jakmile se dostala do kontaktu s něčím, co už flogiston uvolňovalo. Až pozorovaný vznik vody při jeho hoření ukázal, že se o flogiston nejedná. Podobný proces potkal později i kyslík.

Už teď by se mohlo zdát, že hledání flogistonu je natolik bezúspěšné, že by někde mohla být chyba. Ovšem zastánci flogistonové teorie (tehdy prakticky celá vědecká komunita) razili svoji teorii i přes okolnosti ji popírající. V 17. století si vědci při žíhání kovů všimli, že ač kov prochází procesem, který vypadal jako hoření (tedy uvolňování flogistonu), hmotnost kovu nepatrně roste. To při uvolňování látky nedává smysl – když se od popela látky (který zbude) oddělí jiná látka (flogiston), mělo by to, co zůstane, být lehčí. Vysvětlení vědců? Flogiston může mít i zápornou hmotnost.

Právě jsme dorazili do bodu, kde nám v současné době flogistonová teorie přestává dávat smysl – máme látku, která může mít kladnou i zápornou hmotnost (podle rozdílu hmotností před hořením a po hoření), tedy může mít i zápornou hustotu a co je nejdůležitější – stále je to ta samá látka, která si vybírá, jak na tom zrovna bude. A nyní nastupuje A. Lavoisier s teorií, kterou se řídí chemie dodnes – hoření je chemickou reakcí hořící látky s kyslíkem, kterou nazýváme oxidace. Proč má popel po hoření dřeva hmotnost nižší, než mělo původní dřevo? Sloučeniny, které vznikly reakcí s kyslíkem, jsou stejně plynné jako kyslík (dnes víme, že je to převážně oxid uhličitý), tedy s popelem nezůstanou. A proč naopak po žíhání kovů má výsledná směs hmotnost vyšší? Oxidy kovů jsou převážně pevné látky, které se usadí na povrchu žíhaného kovu – kyslík se „připojí“ k povrchové vrstvě kovu (a vytvoří tam sloučeninu), čímž přidá k hmotnosti žíhaného kusu kovu svou hmotnost. Od publikování tohoto vysvětlení, které znělo podstatně smysluplněji než současná podoba flogistonové teorie, se k experimentálnímu

¹⁰Například methan byl objeven právě roku 1667, kdy vznikla i flogistonová teorie.

¹¹Kdo neviděl, má domácí úkol. Stojí to za podíváním. Doma to však raději nezkoušejte.

vyvracení přidávali další vědci, až se podařilo zanechat flogistonovou teorii minulosti a vystavět chemii kolem hoření na principu oxidace, který velmi dobře vysvětlil i mnoho dalších jevů.

Teorie experimentu

Jistě jste již slyšeli, že experimentálně lze teorie pouze vyvracet, nelze je potvrzovat. Náš experiment je toho krásným příkladem – našroubujeme na něj jak teorii flogistonovou (ubývá nám hmotnost uvolněním flogistonu), tak teorii oxidace, kdy hmotnost taktéž ubývá (což je základ našeho experimentu), ovšem z důvodu vzniku oxidu uhličitého, který si volně odpluje vzduchem.

Zastávejme tedy na chvíli flogistonovou teorii a pojďme ukázat, že se nám hořením něco uvolňuje, a zároveň zjistit, jak moc je dřevo hořlavé, tedy kolik flogistonu obsahuje.¹²

Pro co nej přesnější výsledky chceme najít kousky dřeva, které jsou co nejmenší, aby nám shořely v celém objemu, a tedy se uvolnil ideálně všechen flogiston. Ideální se jeví být sirky – jsou malé a jejich zapalování je jednoduše proveditelné.

Sirky jsou lehké, potřebujeme tedy hodně citlivé váhy. Poslouží nám váhy ze školní chemické laboratoře s přesností na miligramy. Pochopitelně můžeme experiment provádět i s méně citlivými vahami, ovšem pro dosažení dostatečné přesnosti budeme chtít použít dostatečně velké množství dřeva.

Nakonec nutno zdůraznit, že experiment musíme provádět na nehořlavém podkladu,¹³ zapalovat dřevo budeme mimo váhy, abychom je nepoškodili, a v neposlední řadě experiment provádíme v dostatečně větraném prostoru, protože flogiston není dýchatelný¹⁴ a nebude-li mít kam unikat, udusí nás i oheň, protože vzduch již nebude moci pojmout více flogistonu.

A proč měříme *minimální* množství flogistonu ve dřevěných sirkách? Sírku nikdy nespálíme dokonale. Ač to na první pohled nemusí být vidět, skoro vždy nám v sirce zbude kousek, který by mohl ještě dál hořet a uvolnit ještě další flogiston. Proto víme, že flogistonu v sirkách bude vždy alespoň námi naměřený hmotnostní podíl, ale je možné, že ho je v sirkách ještě více.

Hmotnostní podíl flogistonu w ve dřevě určíme jako poměr hmotnosti, kterou měl uniklý flogiston m_{rozdil} , a původní hmotnosti sirky m_{pred} . Hmotnost uniklého flogistonu je, jak jsme zmínili již několikrát, rozdílem původní hmotnosti sirky a hmotnosti m_{po} toho, co ze sirky zbude po hoření:

$$w = \frac{m_{\text{rozdil}}}{m_{\text{pred}}} = \frac{m_{\text{pred}} - m_{\text{po}}}{m_{\text{pred}}}.$$

Měření

Nehořlavou podložku umístíme na váhy a vynulujeme je (váhy budou samy odečítat hmotnost podložky – např. misky). Na podložku umístíme deset sirek a zaznamenáme jejich hmotnost. Podložku se sirkami sejmeme, sirky zapálíme, počkáme, až dohoří a vychladnou, a vychladlou podložku s dohořelými sirkami umístíme zpět na váhy. Nyní můžeme zaznamenat hmotnost sirek po dohoření a celý experiment pro vyšší přesnost ještě několikrát zopakovat a zaznamenat do tabulky 1.

¹²Podle flogistonové teorie obsahují hořlavější látky flogistonu zpravidla více.

¹³Kromě mnohých nepříjemností s hašením by nám popel z dřevěného stolu také ovlivnil měření.

¹⁴Určitě víte, že oxid uhličitý, který ve skutečnosti vzniká, vás ve větším množství může udusit.

Číslo měření	$\frac{m_{\text{pred}}}{\text{g}}$	$\frac{m_{\text{po}}}{\text{g}}$	$\frac{m_{\text{rozdil}}}{\text{g}}$
1	1,040	0,305	0,735
2	1,090	0,330	0,760
3	1,075	0,280	0,795
4	1,115	0,300	0,815
5	1,095	0,325	0,770
6	1,075	0,360	0,715
7	1,175	0,335	0,840
8	1,080	0,280	0,800
9	1,110	0,350	0,760
10	1,100	0,305	0,795
Průměr	$\overline{m}_{\text{pred}} = 1,096 \text{ g}$	$\overline{m}_{\text{po}} = 0,317 \text{ g}$	$\overline{m}_{\text{rozdil}} = 0,779 \text{ g}$
Abs. odchylka	$\Delta m_{\text{pred}} = 0,023 \text{ g}$	$\Delta m_{\text{po}} = 0,023 \text{ g}$	$\Delta m_{\text{rozdil}} = 0,046 \text{ g}$
Rel. nejistota	$\delta m_{\text{pred}} = 2,100 \%$	$\delta m_{\text{po}} = 7,260 \%$	$\delta m_{\text{rozdil}} = 5,910 \%$

Tabulka 1: Naměřené hodnoty

Nyní máme vypočtené všechny průměrné hmotnosti, které potřebujeme dosadit do výše zmíněného vzorce. Učiníme tak a dostaneme průměrný minimální hmotnostní podíl flogistonu v sírce:

$$\overline{w} = \frac{1,096 \text{ g} - 0,317 \text{ g}}{1,096 \text{ g}} \doteq 0,711.$$

Průměrně je tedy alespoň sedm desetin sirky tvořeno flogistonem.

Zbývá určit nejistotu celého nepřímého měření.¹⁵ Všem změřeným hodnotám jsme určili absolutní odchylku i relativní nejistotu. První výpočet, který jsme udělali, bylo odečtení hodnot před a po hoření. Tedy zde vypočteme absolutní odchylku rozdílu jako součet absolutních odchylek stavu před hořením a po hoření:

$$\Delta m_{\text{rozdil}} = 0,023 \text{ g} + 0,023 \text{ g} = 0,046 \text{ g}.$$

Pro další výpočet ovšem potřebujeme i relativní nejistotu rozdílu, kterou vypočteme jako podíl jeho absolutní odchylky a vypočtené průměrné hodnoty ($\overline{m}_{\text{rozdil}} = 0,779 \text{ g}$)

$$\delta m_{\text{rozdil}} = \frac{0,046 \text{ g}}{0,779 \text{ g}} = 0,0591 = 5,91 \%.$$

Nyní už jen určíme relativní nejistotu podílu nyní vypočtené hodnoty a hodnoty naměřené před hořením

$$\delta w = \delta m_{\text{pred}} + \delta m_{\text{rozdil}} = 2,10 \% + 5,91 \% = 8,01 \%,$$

z čehož následně vypočteme i absolutní odchylku celého měření

$$\Delta w = \delta w \cdot \overline{w} = 8,01 \% \cdot 0,711 = 0,057.$$

¹⁵Podrobný návod na určování nejistot měření najdete na našich stránkách v sekci Hokus Pokus: https://vyfuk.mff.cuni.cz/rady_a_tipy/hokus_pokus

Závěr

Flogiston v sirkách tvoří minimálně sedm desetin jejich hmotnosti. Naměřili jsme minimální hmotnostní podíl flogistonu ve dřevě sirek:

$$w = (0,711 \pm 0,057) ,$$

s relativní nejistotou $\delta w = 8,01 \%$.

Měření s osmiprocentní relativní odchylkou je již dosti nepřesné. Tuto nepřesnost mohlo způsobit například nedokonalé dohoření sirek, kdy každá sirka prohoří jinak dobře, v některých navíc mohlo zůstat ještě zbytkové nedohořelé dřevo. Dále při takto malých hmotnostech mohla nepřesnosti způsobovat i samotná manipulace s dohořelými sirkami, kdy například přesouváním podložky a prouděním vzduchu mohlo dojít k odfouknutí části jemného popela, který se ze serek po dohoření odrolil.

Pro měření jsme použili velmi malé kousky dřeva. Pokud bychom zapálili například několik velkých polen, nebo bychom měření prováděli pokaždé na jiném kusu dřeva, měly by nám hodnoty vyjít podobně, ovšem míra prohoření v jednotlivých měřeních by se měla více lišit, tedy i přesnost měření by měla být nižší.

Bonus

Pokud jste, stejně jako my, pro měření využili sirky, mohli jste si všimnout, že hlavičky shořelých sirek se přitahují k magnetu.

Jednou ze složek barvy v sirkách je oxid železitý. Ten se při hoření mění na oxid železnatý, který je feromagnetický, a velmi pěkně se proto k magnetům přitahuje. Na fotografii si můžete prohlédnout silný neodýmový magnet, ze kterého visí hned několik spálených sirek.



Obrázek 10: Magnetem přitahované sirky

Sona Husáková
sona@vyfuk.org

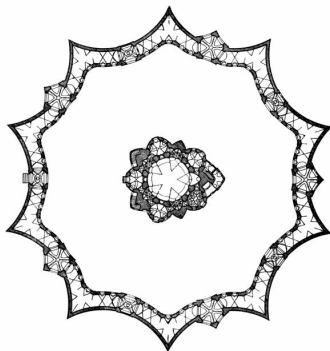
Úloha I.V ... Krystaly

7 bodů; průměr 5,36; řešilo 45 studentů

1. Český architekt Jan Blažej Santini proslul svými stavbami, ve kterých hojně užíval symetrií a numerologie. Zaměříme se na to, jakým způsobem Santini využil symetrií při stavbě

proslulého kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře. Nalezněte a popište všechny rotační a zrcadlové symetrie vnější zdi kostela, kterou můžete vidět na přiloženém půdorysu (za různé rotační symetrie se považují i ty, které se liší úhlem pootočení). Do obrázku zakreslete i příslušné osy a středy symetrie (prvky symetrie).

2. Ve Výfučení byla krátce zmíněna obdélníková krystalická mřížka. Vytvořte náskres této mřížky pro hrany a a b , kde $b = 2a$. Jaké symetrie tato mřížka má?



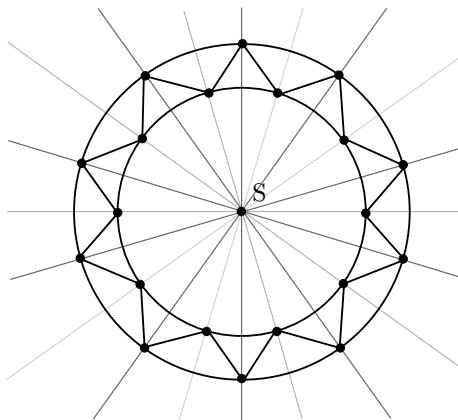
Obrázek 11: Půdorys vnější zdi a kostela sv. Jana Nepomuckého

1. Jelikož hledáme symetrie vnější zdi, která je vykreslena velmi složitě, zjednodušíme si ji na desetícípou hvězdu. Důležité je si předem ujasnit, že budeme hledat pouze prvky symetrie k operacím rotace a zrcadlení, protože ty byly ve Výfučení podrobně popsány. Začneme tedy operací zrcadlení.

Prvkem zrcadlení bude vždy přímka a útvary, které zůstanou na obou stranách, budou v případě symetrie shodné. Z toho vyplývá, že není možné rozdělit stěnu tak, aby rozdělení neprocházelo středem hvězdy (na obrázku bod S). Další krok, který povede k jednoduššímu nalezení symetrií, je nalezení základního tvaru.

V této hvězdě se opakují cípy, ale nejsou základním tvarem, protože je můžeme dále rozdělit a sledovat pouze symetrie mezi částmi různých cípů. Existuje například zrcadlová symetrie při ose (přímce) procházející polovinami (vrcholy) libovolné dvojice protilehlých cípů. Přímka v takovém případě také prochází středem.

Jaké existují další přímky? Jednou variantou, jak už jsme uvedli, je přímka procházející vrcholy cípů a středem. Druhou variantou jsou však ještě přímky procházející protilehlými rozhraními cípů (prohlubněmi) a opět středem. Vybereme-li si první cíp a budeme-li se posouvat po obvodě kostela, máme zrcadlení u 1., 2., 3., 4. a 5. cípu a také mezi cípy, což už by bylo 10 zrcadlových symetrií. Pokud bychom však pokračovali dokola k 6. cípu nebo rozhraní mezi cípy, nastává problém: taková přímka už tu je! (Šlo o symetrii procházející tím prvním cípem.) Proto nenacházíme další symetrii. Existuje tudíž pouze zmíněných 10 symetrií zrcadlení.



Obrázek 12: Deseticípá hvězda s osami zrcadlení

Následuje rotační symetrie. U této symetrie nás zajímá, kolem kterého bodu a o jaký úhel se bude otáčet. Střed hvězdy (S) je jediný bod, kolem něhož se budou posouvat vrcholy na místa dalších vrcholů (po opsaných kružnicích). Tento střed je pak také prvkem rotační symetrie. Nyní jen potřebujeme vědět, o jaké všechny úhly můžeme hvězdu otočit. Hvězdu budeme otáčet po jednotlivých cípech (tj. o $360^\circ/10 = 36^\circ$) a to po i proti směru hodinových ručiček. Otočení proti směru hodinových ručiček je však stejné jako otočení o více než 5 cípů. Celkem tedy máme 9 možných otočení (protože otočení o 10 cípů se nepočítá stejně jako otočení o 0 cípů).

Zajímavé je, že všechny tyto symetrie souvisí se středem hvězdy. Tato vlastnost platí i pro inverzi (středovou souměrnost), která zde má svůj jediný střed.

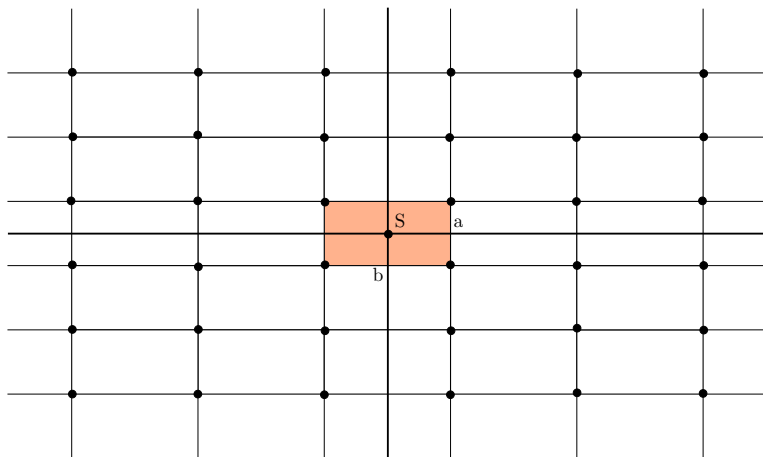
Celkem má tedy kostel 9 rotačních a 10 zrcadlových symetrií, dohromady 19 symetrií. Středová souměrnost by mohla být počítána jako 20. symetrie.

2. V této části se již jedná o krystal, ten musí mít z definice translační symetrii. Níže je nakreslena krystalická mřížka, představována spoustou na sebe navazujících obdélníků.

Ve Výfučení jsme se seznámili s operacemi symetrie rotace, zrcadlení, translace a inverze. V hledání jednotlivých symetrií začneme translační symetrií, která je zjevná. Translační symetrii uvažujeme v rámci celé mřížky, kterou považujeme za nekonečnou. Taková symetrie je například posunutí celé mřížky o vzdálenost a ve směru strany o délce a . To stejné platí i pro jakýkoliv celočíselný násobek této vzdálenosti a i pro druhou stranu obdélníku (posuny ve směru kolmém).

Dále budeme pokračovat inverzí, ale už pouze jednoho obdélníku. Takový bod má obdélník jen jeden a to na průsečíku úhlopříček, resp. os stran.

Rotační symetrie bude mít střed otáčení také v onom bodě. Otočení je možné v tomto případě pouze o 180° .



Obrázek 13: Krystalická mřížka tvořená obdélníky

Poslední operace symetrie je zrcadlení. U něj opět bude procházet přímkou předcházejícím bodem. Osy zrcadlení se budou totiž shodovat s osami stran (protilehlé strany mají navíc osy shodné). Obdélník (na rozdíl od čtverce) není zrcadlově symetrický dle úhlopříček.

Po prověření všech symetrií vidíme, že tento krystal má všechny symetrie uvedené ve Výfučtení a pokud vezmeme vážně, že různé translace jsou definovány posunem o různé násobky a (či b v kolmém směru), má nekonečná obdélníková mřížka nekonečné množství symetrií.

Pavel Provazník
pavelp@vyfuk.org



Pořadí řešitelů po I. sérii

Kategorie šestých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	5	5	5	6	6	7	7	43	43
1.–6. Julie Krčmařová	G Volgogradská 6a, Ostrava	5	–	–	–	–	–	–	5	5
1.–6. Naděžda Nečadová	Základní škola nám. Curieových P	5	–	–	–	–	–	–	5	5
1.–6. Václav Prachař	ZŠ V Rybníčkách, Praha 10	5	–	–	–	–	–	–	5	5
1.–6. Anežka Prachařová	ZŠ V Rybníčkách, Praha 10	5	–	–	–	–	–	–	5	5
1.–6. Alžběta Sochorová	G, Blovice	5	–	–	–	–	–	–	5	5
1.–6. Kamila Vaníčková	ZŠ Na Šutce, Praha 8 - Troja	5	–	–	–	–	–	–	5	5

Kategorie sedmých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1 5	2 5	3 6	4 6	5 6	E 7	V 7	I 43	Σ 43
1. Kamilo Tomáš	G Jana Keplera, Praha	5	4	6	4	6	6	7	38	38
2.–3. Vojtěch Černý	G Jana Keplera, Praha	4	5	6	4	6	5	7	37	37
2.–3. Kosma Šatánek	ZŠ a MŠ Telecí	2	5	6	5	7	6	6	37	37
4. Jan Novák	G, Písek	5	5	–	6	–	–	–	16	16
5. Klára Souza de Joode	G Jana Keplera, Praha	5	5	–	–	5	–	–	15	15
6. Nina Naxerová	G Jana Keplera, Praha	5	–	–	–	–	–	–	5	5

Kategorie osmých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1 5	2 6	3 6	4 7	5 7	E 7	V 7	I 38	Σ 38
1.–2. Lada Srpová	G Volgogradská 6a, Ostrava	–	5	6	6	7	7	7	38	38
1.–2. Stela Srpová	G Volgogradská 6a, Ostrava	–	5	6	6	7	7	7	38	38
3. Veronika Menšíková	Arcibiskupské G, Praha	–	5	6	6	6	6	6	35	35
4. Michal Stroff	G, Budějovická, Praha	–	4	6	6	6	5	7	34	34
5.–6. Jiří Preč	G J. A. Komenského, Uh. Brod	–	5	6	6	7	4	4	32	32
5.–6. Ester Šlapotová	G Frýdecká, Český Těšín	–	5	6	5	7	2	7	32	32
7. Damian Šatánek	ZŠ a MŠ Telecí	–	4	5	5	6	6	4	30	30
8.–9. Vojtěch Janáček	G F. X. Šaldy, Liberec	–	2	4	6	4	6	6	28	28
8.–9. Adam Pustka	G F. X. Šaldy, Liberec	–	5	6	6	4	–	7	28	28
10. Vojtěch Mišíčko	G, Jateční, Ústí nad Labem	–	2	4	6	5	3	7	27	27
11. Michal Dobrovolný	G Masarykovo nám., Třebíč	–	1	4	3	5	3	5	21	21
12. Mark Joly	G, Havlíčkův Brod	–	5	–	3	6	–	6	20	20
13.–14. Vojtěch Novosad	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	–	1	5	5	3	2	1	17	17
13.–14. Jana Vestfálová	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	–	5	1	–	7	4	–	17	17
15.–16. Adam Mikulič	G, Havlíčkův Brod	–	–	–	5	5	3	3	16	16
15.–16. Nina Štefanovičová	ZŠ T. G. Masaryka Třebíč	–	5	–	5	6	–	–	16	16
17. Vít Novák	ZŠ Chyšky	–	1	4	–	5	–	5	15	15
18.–20. Šimon Mach	G, Havlíčkův Brod	–	–	–	6	4	2	–	12	12
18.–20. Jan Ševeček	G J. A. Komenského, Uh. Brod	–	2	4	3	3	–	–	12	12
18.–20. Bartoloměj Vaníček	ZŠ Na Šutce, Praha 8 - Troja	–	–	5	5	–	–	2	12	12
21. Lea Bumbálková	Mendelovo G, Opava	–	5	–	6	–	–	–	11	11
22. Kristýna Kábrtová	G a SOŠ Havlíčkova, Úpice	–	5	1	3	–	–	–	9	9
23. Amelie Vítková	G a SOŠP, Čáslav	–	1	1	2	1	1	1	7	7
24.–25. Tomáš Řehák	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	5	–	–	–	–	–	5	5
24.–25. Alexander Spálený	Slovanské G, Olomouc	–	–	–	5	–	–	–	5	5
26. Patricie Labuťová	G B. Němcové, HK	–	2	–	–	–	–	–	2	2
27. Melánie Boušková	G Pod Svatou horou, Příbram	–	–	1	–	–	–	–	1	1

Kategorie devátých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1 5	2 6	3 6	4 7	5 7	E 7	V 7	I 38	Σ 38
1. Eduard Plic	Masarykovo G, Plzeň	–	5	6	6	6	7	7	37	37
2. Anastasia Bredikhina	G Jana Keplera, Praha	–	5	6	6	7	5	7	36	36
3.–4. Magdalena Hybnerová	G, Jateční, Ústí nad Labem	–	5	6	6	7	4	7	35	35
3.–4. Ivan Žemlička	G Ústavní, Praha	–	5	6	6	6	6	6	35	35
5. Matyáš Matta	Masarykovo G, Plzeň	–	5	6	6	5	6	6	34	34
6.–7. David Něnička	G, Rožnov pod Radhoštěm	–	5	5	6	6	4	7	33	33
6.–7. Pavla Šimová	G, Šumperk	–	2	6	6	7	5	7	33	33

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	5	6	6	7	7	7	7	38	38
8. Adam Bretšnajder	G Z. Wintra, Rakovník	–	5	6	5	6	4	6	32	32
9. Jan Rous	G J. Barranda, Beroun	–	5	5	5	7	3	6	31	31
10.–12. Yasmin Fazla	G, nám. TGM, Zlín	–	5	6	6	6	–	7	30	30
10.–12. Lucie Kvitová	G, Jeseník	–	5	6	6	5	3	5	30	30
10.–12. Matouš Mišta	G, Olomouc-Hejčín	–	5	5	3	5	6	6	30	30
13. Vojtěch Beneš	G J. Palacha, Mělník	–	5	5	6	6	–	7	29	29
14. Vojtěch Muller	G Nad Kavalírkou, Praha	–	5	5	5	7	–	6	28	28
15. Michal Sykáček	G a SOŠPg Jeronýmova, Liberec	–	2	6	3	6	4	6	27	27
16.–18. Patrik Kadlec	První české G, Karlovy Vary	–	4	5	5	2	3	7	26	26
16.–18. Dana Myškeríková	G J. Barranda, Beroun	–	5	6	6	7	2	–	26	26
16.–18. Václav Verner	PORG, Praha	–	5	3	2	7	4	5	26	26
19.–20. Tomáš Musil	G, Voděradská, Praha	–	–	5	6	7	2	5	25	25
19.–20. Jáchym Předota	G Jírovceva, České Budějovice	–	5	6	5	6	–	3	25	25
21. Jan Havlík	G J. Barranda, Beroun	–	5	5	5	6	2	–	23	23
22. Eduard Frühauf	G J. Barranda, Beroun	–	5	5	5	5	2	–	22	22
23.–24. Michal Friml	G Dobruška	–	5	–	5	5	3	3	21	21
23.–24. Jaroslava Zimplová	G, Havlíčkův Brod	–	5	6	6	–	–	4	21	21
25.–26. Jakub Škaloud	G Opatov, Praha	–	5	3	–	6	3	3	20	20
25.–26. Lucie Židková	G Komenského, Havířov	–	5	5	3	7	–	–	20	20
27. Jan Souchop	G, Mikulov	–	5	6	–	2	–	6	19	19
28. Jakub Merta	ZŠ Brno - Bystřice	–	4	–	5	6	–	–	15	15
29. Jan Kroupa	ZŠ T. G. Masaryka Klatovy IV	–	2	5	1	2	–	2	12	12
30. Štěpán Berek	ZŠ Dobrá	–	–	–	6	5	–	–	11	11
31. Jindřich Urban	ZŠ Divišov	–	4	6	–	–	–	–	10	10
32. Klára Nabiová	ZŠ Velké Březno	–	2	4	–	–	0	2	8	8
33. Rebeka Heřmanová	G Jana Keplera, Praha	–	–	–	–	7	–	–	7	7
34.–35. Teo Bumbálek	Mendelovo G, Opava	–	5	–	–	–	–	–	5	5
34.–35. Jan Vacek	G, Havlíčkův Brod	–	–	–	5	–	–	–	5	5
36. Matyáš Malát	ZŠ T. G. Masaryka Klatovy IV	–	–	–	–	1	–	–	1	1



Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <https://vyfuk.org>
e-mail: vyfuk@vyfuk.org

 /ksvyfuk  @ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.