

Úloha V.C ... Precisní váza

5 bodů; průměr 2,56; řešilo 25 studentů

Pokuste se určit velikost obsahu dna vázy. Nádoba měla dno tvaru hvězdy, avšak její stěny byly kolmé na její dno. Měření jsme provedli za vás a to tak, že jsme postupně do nádoby přilévali po 1 dl vody a zaznamenávali výšku hladiny nad dnem. Výsledky naleznete v tabulce 1. Použijte postup popsany v Elektrickém příkladě a určete obsah podstavy S . Pozor na jednotky! Výšku jsme měřili v centimetrech, ale objem v decilitrech. Abyste dostali obsah v cm^2 , je třeba nejdříve hodnoty objemu převést na cm^3 .

Tabulka 1: Závislost objemu vody na výšce hladiny ve váze.

V/dl	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
h/cm	10,5	15,2	19,8	26,3	32,1

Terka Z.

Nejdříve si převedeme naměřené hodnoty na stejné jednotky. Použiji převod $1 \text{ dl} = 0,1 \text{ dm}^3 = 100 \text{ cm}^3$.

Pro objem vody ve váze bude platit lineární vztah $V = Sh + c$, kde S je hledaný objem podstavy, h je výška hladiny vody nad dnem a c je nějaká konstanta. Ideálně by měla být nulová (je-li výška hladiny nula, pak i objem je nulový), ale během pokusu mohla být do měření zanesena chyba, v našem případě to lze přisoudit také tomu, že dno vázy nebylo zcela ploché. Pak provedeme lineární regresi metodou nejmenších čtverců a získáme hodnotu obsahu podstavy

$$S = (9,16 \pm 0,38) \text{ cm}^2.$$

Regresi jsme také určili hodnotu konstanty

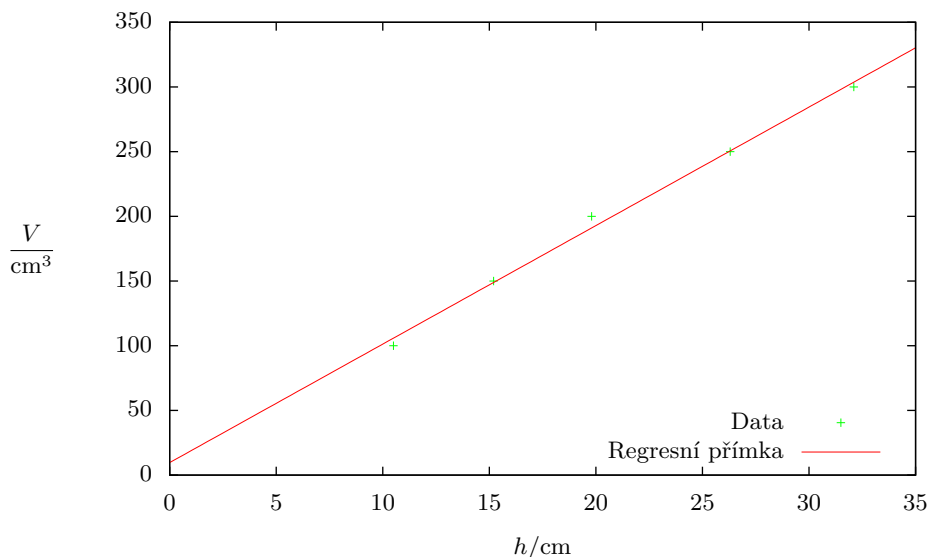
$$c = (9,65 \pm 8,48) \text{ cm}^3.$$

Pro výpočet jsem využila program Gnuplot. Pokud chci nakreslit v tomto programu graf, použiji příkaz `plot`. Např. zadané naměřené hodnoty, převedené na stejné jednotky jsem si uložila do textového souboru se dvěma sloupci hodnot pod názvem `data`. Pak graf nakreslím příkazem: `plot "data"`. Pro lineární regresi si musím nejdříve definovat vztah, napíšu příkaz: $V(x) = S \cdot x + c$, jako proměnnou píšu x . Poté příkazem `fit V(x) "data" via S,c` najdu odpovídající konstanty S a c . Příkaz říká: prolož hodnoty uložené v souboru `data` vztahem $V(x)$ a při metodě nejmenších čtverců měň hodnoty S a c . Nakonec ještě nakreslíme graf naměřených hodnot proložených nalezeným vztahem příkazem: `plot "data", V(x)`. Tento graf je na obrázku 1.

Programů, které umějí spočítat lineární regresi, je pochopitelně více. Umí to většina tabulkových procesorů. Konkrétně v programech OpenOffice.org, LibreOffice nebo v anglické verzi MS Excel lze použít funkci `LINEST()`, v české verzi Excelu je ekvivalent `LINREGRESE()`.

Popišme si postup v tabulkovém procesoru LibreOffice Calc, v ostatních uvedených programech je postup obdobný.

Zadáme data do sloupců (tabulka 2); řekněme, že v oblasti A2:A6 máme zadané výšky hladiny v centimetrech a v B2:B6 odpovídající objem nalité vody v cm^3 . Do volné buňky potom zadáme formuli `=LINEST(B2:B6;A2:A6;1;1)` a potvrdíme kombinací kláves `Ctrl+Shift+Enter`. Tím programu říkáme, že chceme, aby byla funkce `LINEST()` interpretována jako maticová, což



Obr. 1: Naměřená data s regresní přímkou

nám umožní mj. zobrazení obou regresních konstant S a c i jejich odchylek. Kdybychom zadání potvrdili jako obvykle pouze klávesou Enter, zobrazila by se pouze hodnota S .

Argumenty k funkci `LINEST()` jsme zadali s pomocí nápovědy k našemu tabulkovému procesoru, kde se dozvíme, že jeho syntaxe je `LINEST(dataY; dataX; TypLinie; statistika)`. Význam prvních dvou argumentů je zřejmý, jsou jím rozsahy buněk se zadanými daty. Dále se dočteme, že argument `TypLinie` určuje, zda má regresní přímkou procházet počátkem, tedy konstanta c má být nulová (v tom případě bychom sem zadali 0), nebo zda má být konstanta c nenulová (což chceme, kvůli nerovnostem dna a dalším možným nepřesnostem, zadáme tedy 1). Poslední argument, `statistika` určuje, zda kromě výsledných regresních konstant mají být zobrazeny i další informace, jako jsou výběrové směrodatné odchylky – to chceme, zadáme tedy 1.

Pokud vše zadáme správně, na místě buňky, kam jsme funkci zadávali, se zobrazí hodnota S , vpravo od ní hodnota c . Na řádce pod nimi jsou odchylky těchto hodnot. Na dalších řádcích

Tabulka 2: Data v tabulkovém procesoru.

	A	B	C	D	E
1	h/cm	V/ml			
2	10.5	100		9.1602898903	9.64917608
3	15.2	150		0.3820921108	8.4673370457
4	19.8	200		0.9948074821	6.5780683054
5	26.3	250		574.7543859649	3
6	32.1	300		24870.1870521074	129.8129478926

jsou další doplňující údaje z regrese, které však nepotřebujeme a o jejichž významu se můžete dočíst v nápovědě.

Nakonec zmiňme, že lineární regresi přímkou lze spočítat i ručně, ale dá to práci. Příslušný vzorec i s odvozením, které ovšem využívá parciálních derivací, mohou zájemci nalézt například na Wikipedii.¹

Alžběta Nečadová

bjetka@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹http://cs.wikipedia.org/wiki/Lineární_regrese