Úloha V.E ... Díra v lahvi

6 bodů; průměr 3,00; řešilo 27 studentů

Do větší nádoby udělejte malou dírku blízko u dna (použijte například PET lahev). A poté změřte, jak závisí vodorovná vzdálenost dostřiku vody, na výšce hladiny v nádobě. Na čem všem podle vás může záležet? Zkuste úlohu i graficky zpracovat (na vodorovnou osu zapisujte výšku hladiny a na svislou vzdálenost od dírky). *Autor úlohy se nepodepsal*

Ze začátku opět krátké zamyšlení – co přesně máme změřit a jak na to.

Jev nastávající při experimentu (vytrysknutí proudu vody z nádoby a jeho následný dopad na vodorovnou podložku nedaleko nádoby) je typickým příkladem tzv. vodorovného vrhu. Při něm je těleso vrženo z určité výšky h jistou počáteční rychlostí v směrem vodorovně s podložkou, dále se pohybuje po parabole, až ve vodorovné vzdálenosti d od své počáteční polohy dopadne na podložku.

Měření

Pro náš experiment postačí PET láhev vhodných rozměrů, fix, metr a samozřejmě místo vhodné pro měření. Nejprve si fixem na PET láhvi jemně označíme místo, kde do ní např. hřebíkem uděláme dírku. Poté si fixem uděláme na láhvi vždy ve stejné vzdálenosti od sebe několik značek, reprezentujících výšku hladiny, při které budeme měřit dostřik proudu vody.

V našem případě jsme experiment zopakovali s 1,5litrovou PET láhví dokonce dvakrát – dírku jsme udělali ve vzdálenosti $h = (5{,}00 \pm 0{,}05)\,\mathrm{cm}$ (přičemž poprvé jsme postavili PET láhev přímo na zem a podruhé ji podložili krabičkou o výšce $h' = (5{,}00 \pm 0{,}05)\,\mathrm{cm}$, voda tedy tryskala z výšky $h_1 = (5{,}00 \pm 0{,}05)\,\mathrm{cm}$ a $h_2 = (10{,}0 \pm 0{,}1)\,\mathrm{cm}$ ode dna nádoby), čárkami jsme si láhev označili ve vzdálenosti $l = 3, 6, 9, \ldots, 24\,\mathrm{cm}$ od dírky směrem k ústí nádoby (celkem tedy 8 „měřených hladin“).

Dále si připravíme místo pro měření – ideální je např. podlaha ve sklepě, odkud se dá voda snadno uklidit. Vyznačíme si zde místo, kam položíme láhev, a přiložíme pod dírku láhve směrem podél střiku vody metr. Ucpeme dírku PET láhve prstem, naplníme ji až po okraj vodou a ucpanou dírku poté odkryjeme. Vždy, když se pak hladina vody bude překrývat s „měřící čárkou“ na nádobě, zaznamenáme si vzdálenost dopadu proudu vody od láhve dle hodnoty na metru, kam právě voda dopadá.

Takto pokus opakujeme, dokud nezměříme vzdálenost dostřiku vody pro všechny výšky hladin. Láhev poté podložíme krabičkou a provedeme znovu měření.

Naměřené hodnoty můžeme vidět v tabulce 1 a grafu 1.

Diskuse

Z naměřených dat lze vidět, že čím více vody do nádoby nalijeme, tím dále od PET láhve proud vody dostříkne. Je to způsobeno tím, že se v nádobě zvyšuje hydrostatický tlak (více vody tak „tlačí“ na spodnější vrstvy vody blízko dírky), a tím pádem se zvětšuje síla, kterou je proud vody vytlačován z nádoby.

Také je z experimentálně zjištěných hodnot patrné, že čím výše je dírka v nádobě od podložky, tím je opět dostřik proudu vody delší. Logicky, z čím vyšší výšky voda padá, tím delší je čas, než dopadne na podložku. Tím má také proud vody více času, aby se pohyboval vodorovně od nádoby. Tedy jeho dostřik bude delší.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty

$h = 5\,\mathrm{cm}$			$h = 10\,\mathrm{cm}$		
$\frac{l}{\mathrm{cm}}$	$\frac{d}{\mathrm{cm}}$	$\frac{\Delta d}{\mathrm{cm}}$	$\frac{l}{\mathrm{cm}}$	$\frac{d}{\mathrm{cm}}$	$\frac{\Delta d}{\mathrm{cm}}$
24	17,7	0,1	24	23,1	0,1
21	15,4	0,1	21	21,4	0,1
18	14,4	0,09	18	19,2	0,1
15	12,6	0,08	15	17,4	0,09
12	9,9	0,07	12	15,8	0,09
9	8,6	0,07	9	13,2	0,09
6	5,8	0,05	6	10,3	0,09
3	3,6	0,05	3	4,3	0,06

Podívejme se teď na pár vzorečků – týkají se vodorovného vrhu a okrajově mechaniky kapalin. Při vodorovném vrhu je dostřel tělesa d roven součinu počáteční rychlosti v vrženého tělesa a času t, po který těleso padá,

$$d = vt\,.$$

Rychlost kapaliny v vytékající otvorem v nádobě je závislá na gravitačním zrychlení g a výšce vodního sloupce l nad dírkou,

$$v = \sqrt{2gl}\,.$$

Proud vody padá po vytrysknutí z nádoby ve směru kolmo k podložce díky tíhové síle (gravitaci Země) rovnoměrně zrychleně, dle kinetické rovnice platí

$$h = \frac{1}{2gt^2}\,.$$

Z tohoto vztahu můžeme odvodit rovnici pro čas, za který bude proud vody padat k podložce,

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

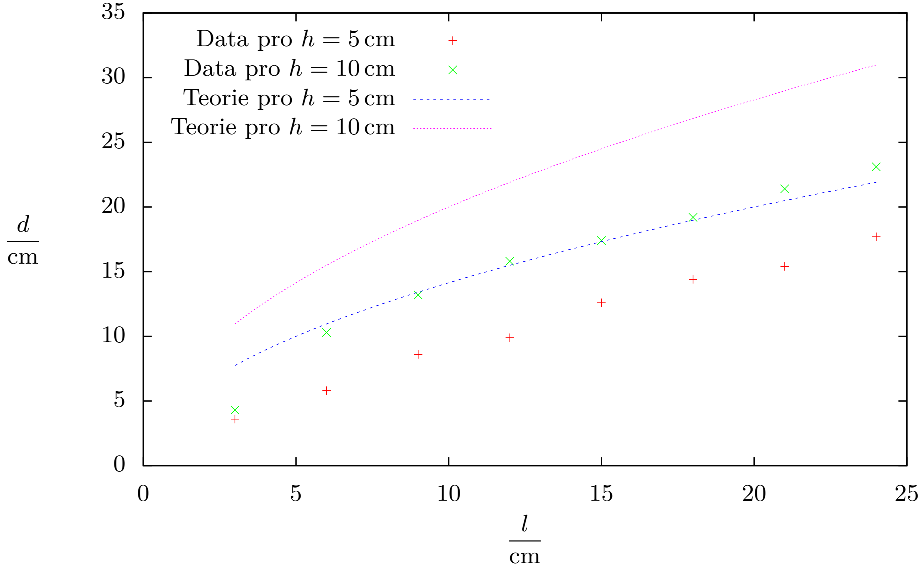
Po dosazení za v a t do první rovnice tak dostáváme

$$d = 2\sqrt{hl}\,.$$

Vidíme, že námi vyvozené závěry byly správné – délka dostřiku vody dírkou z nádoby je závislá pouze na vzdálenosti dírky ode dna nádoby a výšce hladiny vody. Co se týče přesnosti měření, při srovnání obou grafů je patrné, že naše měření bylo dosti nepřesné.

Chyby měření

Jaká bude chyba našich měření vzdáleností d? Nejprve je třeba spočítat relativní odchylky všech měření veličin h a l (relativní odchylka = absolutní odchylka / naměřená hodnota), přičemž měříme metrem s nejmenším dílkem 1 mm, absolutní odchylka jednoho měření je tedy 0,05 cm.



Obr. 1: Grafická reprezentace dat

Pak sečteme relativní odchylky h a l náležící k danému výpočtu d a součet vydělíme 2. Nakonec tuto relativní odchylku převedeme na odchylku absolutní

$$\text{absolutní odchylka } d = \text{relativní odchylka } d \cdot \text{hodnota } d\,.$$

Spočtené odchylky jsou uvedeny též v tabulce 1.

Správný teoretický výsledek tak nedostáváme ani z hlediska několikanásobného rozmezí absolutní chyby! Kde se mohla tak velká nepřesnost vzít? Největší chyby z hlediska měření jsme se mohli dopustit při určování místa dopadu proudu vodu na podložku. Velké nepříjemnosti nám může způsobit smáčivost vody, např. pokud bychom udělali dírku v nádobě příliš malou, nemusela by nám voda vystřikovat vůbec. I pokud uděláme dírku dostatečně velkou, působí nadále smáčivost vody jako odporová síla k síle vytláčející kapalinu z nádoby a snižuje tak vzdálenost dostřiku vody od nádoby.

Tomáš Havelka
`havis@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.