

Úloha V.3 . . . Vlak v zatáčce

5 bodů; průměr 3,14; řešilo 14 studentů

Když auto projíždí zatáčkou, musí kolo, které jede po vnějším oblouku, urazit delší dráhu. K tomu slouží takzvaný diferenciál, který umožní otáčet každým kolem zvlášť. Vlak ale nemá diferenciál. Aby vnější kolo mohlo urazit delší dráhu, mají jeho kola tvar jako na obrázku. A jak jste si možná všimli při jízdě vlakem, jsou vlakové zatáčky klopené tak, že se vlak nakloní „dovnitř“ do zatáčky. Představte si, že by vlak neustále jezdil po kruhové dráze, která by byla vhodně sklopená. Jaký nejmenší poloměr může mít kružnice, na níž bude ležet vnitřní kolejnice? Víte poloměry R_1 , R_2 , tloušťku d a rozchod kolejnic s .

Ladu inspirovalo vrzání kol tramvaje

V této úloze není třeba řešit, jak moc je třeba vlak naklonit, pouze jaký musí být délkový rozdíl mezi drahou pro kolo na vnitřní straně a drahou pro kolo na vnější straně. Tedy mezi délkou jednotlivých kolejnic.

Pokud vnější kolejnice bude ležet na kružnici, která bude mít poloměr R_v , bude její celková délka $2\pi R_v$. Obdobně vnitřní kolejnice na kružnici s poloměrem R_m bude mít délku $2\pi R_m$. Rozdíl mezi poloměry pak musí být právě rozchod kolejnic s .

Obě kola se během cesty kolem dokola musejí otočit o stejný počet otáček (jelikož vlak nemá diferenciál). Nevíme sice přesně, kolik otáček kola urazí, ale můžeme si tento počet (který může být i neceločíselný) označit jako k . Při jedné objíždce pak kolo na vnitřní straně urazí dráhu $k \cdot 2\pi R_1$ a kolo na vnější kolejnici urazí dráhu $k \cdot 2\pi R_2$. Tak získáváme výsledně tři rovnice o třech neznámých.

$$R_v R_m = s$$

$$2\pi R_m = k \cdot 2\pi R_1$$

$$2\pi R_v = k \cdot 2\pi R_2$$

Nyní si můžeme nejprve vyjádřit R_v pomocí jako $s + R_m$, dosadit do druhé rovnice, z ní si vyjádřit k a to výsledně dosadit do poslední rovnice. Po těchto úpravách pak získáváme

$$R_m = \frac{R_1}{R_2 R_1} \cdot s$$

což je poloměr vnitřní kolejnice, který jsme hledali.

Nakonec se omlouváme za terminologickou nepřesnost, jíž jsme se v zadání dopustili. Vlak jezdí zásadně *v obloukách*, *do oblouku*, zjišťuje se poloměr projížděného *oblouku* atd. Slova *zatáčka* se neuzívá. Za upozornění děkujeme paní Ivaně Souhradové.

Lada Peksová
lada@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.