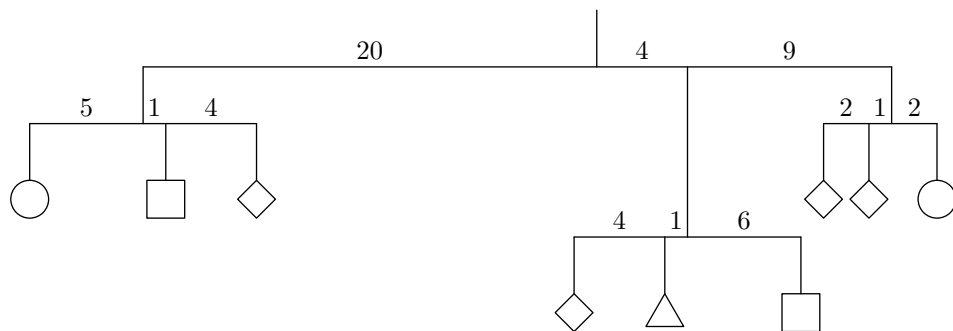


Úloha V.1 ... Vešák

3 body; průměr 2,31; řešilo 32 studentů



Obr. 1: Frantův vešák v rovnováze

Franta z rána rozvěšoval závaží na svůj vešák (obrázek 1). Určete ostatní hmotnosti závaží na obrázku, když víte, že závaží tvaru trojúhelníku má hmotnost 21 jednotek.

Franta má čtyři druhy závaží, která jsou každá jinak těžká. Rozvěšuje je na svůj vešák, který tvoří rovnoramenné váhy, na kterých jsou zavěšeny další tři. Vzdálenosti částí jednotlivých (nehmotných) ramen jsou zapsány na obrázku. Proto hlavní váhy mají délky ramen 20 a 13.

Úlohu vymyslel Petr

Pokud budeme chtít matematicky popsat to, že jsou jednotlivé váhy v rovnováze, použijeme rovnice. Tyto rovnice si pro všechny čtyři rovnoramenné váhy zapíšeme:

$$20(a + b + c) = 4(21 + c + b) + 13(c + c + a)$$

$$5a = b + 5c$$

$$5c + 21 = 6b$$

$$3c + c = 2a,$$

kde a je hmotnost kulatého závaží, b čtvercového závaží, které je uchycené za stranu a c je také čtvercové, ale je uchycené za vrchol.

Úpravou třetí rovnice dostáváme $a = 2c$. Tuto hodnotu dosadíme do druhé rovnice:

$$5(2c) = b + 5c$$

$$b = 5c.$$

a a b dosadíme do rovnice první:

$$20(2c + 5c + c) = 4(21 + c + 5c) + 13(c + c + 2c)$$

$$160c = 84 + 24c + 52c$$

$$84c = 84$$

$$c = 1.$$

Odtud plyne:

$$a = 2c = 2$$

$$b = 5c = 5.$$

Pokud je věšák v rovnováze, musí platit i poslední (třetí) rovnice. Proto do ní pro kontrolu dosadíme:

$$5 + 21 = 30$$

$$26 \neq 30.$$

Protože tato soustava čtyř rovnic nemá řešení, nejsou váhy v rovnováze a Franta zrána si svůj věšák zakreslil špatně.

Petr Pecha
x1fd@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.