

Úloha IV.4 ... Politicky kontroverzní vánice

6 bodů; průměr 3,13;

řešilo 23 studentů

Na pohřbu Kim Čong-ila napadlo za jednu hodinu $h = 10$ cm sněhu. Kolik kilogramů sněhu bylo v jednom m^3 vzduchu během sněžení? A kolik to je přibližně vloček? Představte si, že sněhové vločky jsou neprůhledné bílé kuličky. Na jakou vzdálenost byli truchlíci Korejci schopni vidět Kimovu rakev? (Řekněme, že vločky nesmí zastínit více než 95 % rakev, aby ještě byla vidět.) Jak se změní tato vzdálenost, pokud by bylo $h = 5$ cm? *Mára se zabývá politikou.*

Hustota sněhu silně závisí na jeho vlhkosti, ovšem v tabulkách se pro čerstvě padlý prašan udává hustota $\rho = 125 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Hmotnost sněhu padlého na plochu čtverce o straně $L = 1$ m je potom $m = hL^2\rho = 12,5$ kg. Když si vzpomeneme na poslední sněžení, odhadneme rychlost padání sněhu na $v = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. (Rychlost padání sněhu je samozřejmě pokaždé značně jiná a závisí mimo jiné na velikosti vloček, my však dále budeme používat uvedený odhad rychlosti.) Pokud za čas $T = 1$ h napadlo na plochu L^2 12,5 kg sněhu, pak si můžeme představit, že celé toto množství se nacházelo ve vzduchu ve sloupci o výšce $H = vT = 1800$ m. (hodinu jsme samozřejmě nezapomněli převést na vteřiny). Do tohoto sloupce se vejde H/L krychlí o straně L , proto se v jedné krychli o straně L nachází sníh o hmotnosti

$$\mu = \frac{m}{H/L} = \frac{h\rho L^3}{vT} \approx 7 \text{ g}.$$

A jak vlastně vypadá sněhová vločka? Sníh je tvořen malými krystalky ledu, které jsou v podstatě ploché a mají tvar podobný šestiúhelníku. Tyto krásné krystalky mohou být jak tvarem tak velikostí velmi rozmanité. Navíc se jednotlivé krystalky obvykle shlukují („slepují“) do mnohem větších objektů – vloček, jejichž velikost silně závisí na atmosferických podmínkách. Guinnessova kniha rekordů dokonce tvrdí, že byla pozorována sněhová vločka o velikosti bezmála 40 cm! Je proto v podstatě nemožné přesně odhadnout počet sněhových vloček v 1 m^3 vzduchu. Pokud bychom přeci jen předpokládali, že jedna vločka je přibližně tvaru koule o poloměru $r = 1$ mm, tedy o objemu $V = 4\pi r^3/3 = 4,2 \text{ mm}^3$, a hustotě stejné jako má padlý sníh, pak by počet vloček v 1 m^3 vzduchu byl

$$N = \frac{\mu}{V\rho} \approx 13000.$$

Pokud bychom všech těchto $N = 13000$ vloček nalepili na jednu ze stěn krychle o hraně $L = 1$ m, pokryly by vločky plochu

$$\sigma = N\pi r^2 = \frac{hL^3}{\frac{4}{3}vTr} = 0,042 \text{ m}^2,$$

tedy vločky by pokryly $q = \sigma/L^2 = 4,2\%$ povrchu jedné stěny krychle. Jinými slovy, 4,2% výhledu by zastínily a 95,8% propustily. Každá metr tlustá vrstva padajícího sněhu propustí 95,8% ze světla, které k ní prošlo. Například deset metrů tlustá vrstva proto propustí $q^{10} = 0,958^{10} = 0,65$ světla, vrstva tloušťky D metrů propustí $q^D = 0,958^D$. Všimněme si, že takto můžeme počítat i pro neceločíselné D . Co kdybychom tedy chtěli rakev vidět aspoň z 5%? Museli bychom řešit rovnici $q^D = 0,05$. Buď bychom zkoušeli, jak musí D být velké, aby na pravé straně vyšlo 0,05, nebo bychom s výhodou mohli použít funkce logaritmus, kterou najdete na

každé lepší kalkulače a o které se dříve nebo později dozvíte ve škole. Toto je již nad rámec základoškolského řešení, pro úplnost ale uvedeme, že pomocí logaritmu bychom psali

$$D = \log_q 0,05 = \log_{0,958} 0,05 = 70.$$

Tak či tak dospějeme k závěru, že viditelnosti 5% odpovídá vrstva padajícího sněhu tlustá zhruba 70 m. Jistě uznáte, že pokud za hodinu napadne 10 cm sněhu, jedná se již o silné sněžení. Snadno si uvědomíme, že pokud by za hodinu napadla jen polovina sněhu, tedy $h = 5$ cm, musela by vrstva padajícího sněhu být dvakrát tlustší, aby dosáhla stejného zastínění.

Poznámky k došlým řešením

V řešení jste na mnoha místech mohli samostatně zvolit velikost parametrů, jako třeba rychlost padání, velikost vločky a tak podobně. Mohli jste tak obdržet docela odlišné výsledky, což ale vůbec neznamená, že by byly špatné. Někteří z Vás si neuvědomili, že pro výpočet je třeba odhadnout rychlost letu vloček ve vzduchu. Většina z Vás si neuvědomila, že pro výpočet viditelnosti je třeba spíše uvažovat plošný průřez vloček, než jejich objem. Na závěr si všimněme ještě jednoho: Když se sníh skládá z krystalků ledu, který je sám o sobě průhledný, jaktože sníh je bílý? Pokud s fyzikou zůstanete kamarádi, jistě se odpověď na tuto zajímavou otázku v budoucnosti dozvíte.

Marek Scholz
mara@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.