

Úloha I.E ... Hopskulka

6 bodů; průměr 2,57; řešilo 42 studentů

Vezměte všechny dostupné druhy míčů, míčků, kuliček a jiného kulatěnstva a pro všechny změřte, jak závisí výška, které dosáhnou po odrazu od země, na výšce, ze které byly upuštěny (berte ohled na jejich rozbitnost). Zkuste naměřené závislosti teoreticky vysvětlit a také zdůvodněte, proč se výsledky pro různé předměty liší.

Teorie

Při dopadu předmětu na nějaký povrch se kinetická energie bude přeměňovat na jiné druhy energie. Pro nás bude nejpodstatnější, že se předmět deformuje – zčásti pružně, část nepružně. Deformuje se i povrch, na nějž předmět dopadá. Část energie se též uvolní ve formě tepla a zvukových vln. Rozechvěje se povrch i samotný předmět.

Ta část energie, jež se uložila ve formě pružné deformace (a nebyla následně spotřebována k rozechvění), způsobí vymrštění předmětu zpět. Předmět, který se dopadem zmáčkl, bude postupně nabývat svůj původní tvar (stejně tak i prohnutý povrch), čímž se odrazí od povrchu. Celý proces proběhne velice rychle.

Poměry, v jakých se při srážce původní kinetická energie do jiných forem energie rozdělí, záleží na vlastnostech a tvaru předmětu i povrchu a zčásti i na rychlosti dopadu (což se projeví především u vyšších rychlostí, kdy při smrštění dosáhne předmět své meze pružnosti).

Pro popis odrazivosti předmětu se zavádí činitel odrazivosti (též koeficient restituace) ε , definovaný jako poměr velikosti rychlostí v_{\uparrow} bezprostředně po odrazu ku velikosti rychlosti v_{\downarrow} bezprostředně před nárazem, $\varepsilon = v_{\uparrow}/v_{\downarrow}$.

Zanedbáme-li odpor prostředí (vzduchu), pohybová energie těsně před dopadem bude rovna úbytku polohové energie při pádu a naopak, pohybová energie předmětu těsně po odrazu se zcela přemění na polohovou energii v nejvyšší poloze po odrazu:

$$\frac{1}{2}mv_{\downarrow}^2 = mgH, \quad \frac{1}{2}mv_{\uparrow}^2 = mgh,$$

kde m je hmotnost předmětu a g je tíhové zrychlení. Vyjádříme-li z těchto rovnic rychlosti, lze činitel odrazivosti určit jako

$$\varepsilon = \frac{v_{\uparrow}}{v_{\downarrow}} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{h}{H}}.$$

Měření

Měřili jsme výšku odrazu h čtyř předmětů – míčku na stolní tenis, tenisového míčku, skleněné kuličky a hopskulky. Předměty byly pouštěny na betonovou podlahu.

Výšku jsme měřili pouhým okem pomocí měrného pásma přilepeného ke dveřím. Pro pohybující se předmět není vždy zcela snadné výšku výskoku okem zachytit, což vnáší do měření nepřesnost, kterou odhadujeme na ± 3 cm. Výšku upuštění H jsme měřili na centimetr přesně. (Podotýkám, že v obou případech jsme měřili výšku nejnižší položeného bodu předmětu.)

Závislost jsme proměřovali pro osm výšek upuštění v 25cm úsecích až do 2 m. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

$\frac{H}{\text{cm}}$	$\frac{h}{\text{cm}}$			
	pingpong. m.	tenis. m.	skleněnka	hopskulka
25	20	13	17	21
50	40	28	33	43
75	54	43	48	61
100	68	57	64	83
125	80	71	77	100
150	94	83	91	121
175	106	94	105	141
200	117	107	118	160

Tabulka 1: Výsledky měření výšek odrazu.

Diskuse

Hodnoty z tabulky 1 jsou vyneseny v grafu na obrázku 1.

Téměř všechny předměty v rámci chyby měření vykazují přímou úměrnost mezi výškou odrazu h a výškou upuštění H . Míček na stolní tenis se však mírně odchyluje a závislost nabývá konkávního¹ tvaru. To by šlo vysvětlit tak, že činitel odrazivosti je v daném rozsahu proměnlivý; mnohem pravděpodobnějším důvodem však bude to, že díky nízké hmotnosti (a tudíž i nízké setrvačnosti, odkazují na Newtonův zákon síly) jej velmi brzdí odpor vzduchu.

Pro jednotlivé předměty jsme lineární regresí (fitováním) v programu `gnuplot` (v. návod odkazovaný na konci) určili poměr h/H a z něj spočítali součinitel odrazivosti ε .

Pingpongový míček:	$h/H = 0,749 \pm 0,027$	$\varepsilon = 0,865 \pm 0,016$
Tenisový míček:	$h/H = 0,548 \pm 0,005$	$\varepsilon = 0,740 \pm 0,004$
Skleněná kulička:	$h/H = 0,606 \pm 0,007$	$\varepsilon = 0,779 \pm 0,004$
Hopskulka:	$h/H = 0,807 \pm 0,004$	$\varepsilon = 0,898 \pm 0,002$

Pro pingpongový míček jsme prováděli regresi jen na základě prvních 3 hodnot, protože pro větší H je výsledek dosti ovlivněn odporem vzduchu a zakresloval by výpočet činitele odrazivosti. Chyba h/H je určena jako statistická chyba lineární regrese, chyba ε je vypočtena z ní.²

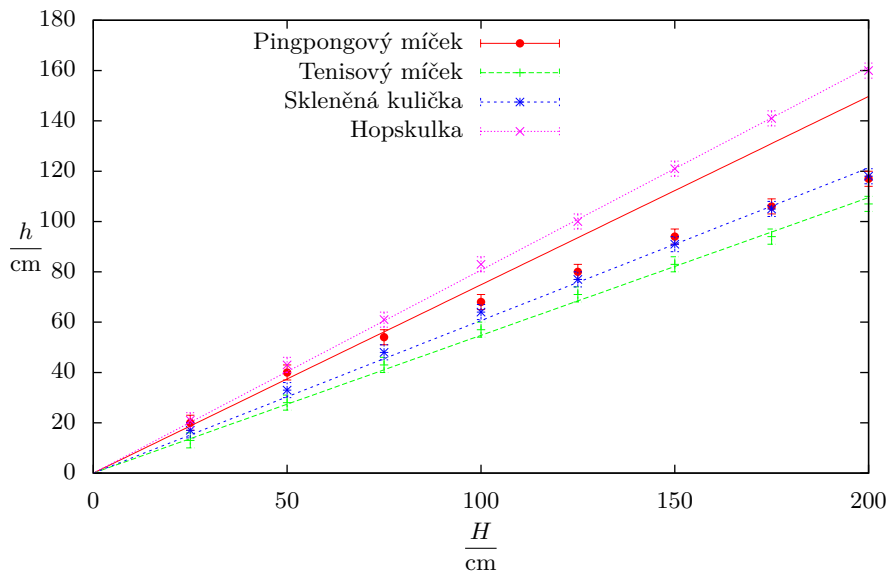
Pro zajímavost uvádíme, že dle anglické Wikipedie³ se má míček na stolní tenis odrážet do výšky 24–26 cm při výšce upuštění $H = 30,5$ cm na ocelovém bloku, což pro námi určený činitel odrazivosti odpovídá odrazu do $h = (22,8 \pm 0,4)$ mm, což je sice poněkud méně, nicméně je třeba vzít v úvahu, že upouštíme na beton a taktéž je možné, že již ve výšce $H = 75$ cm, již jsme do regrese zahrnuli, se již dost projevuje odpor vzduchu, což výslednou hodnotu h/H snižuje.

Zdá se, že betonová podlaha je pro svou vysokou tvrdost a mohutnost (při dopadu předmětu se nerozechvěje) vcelku vhodným povrchem pro zkoumání vlastností plastových míčků. Není

¹Konkávní znamená, že funkce má v daném bodě tvar „kopečku“. Opakem je funkce konvexní, která má tvar „údolí“. Formálněji řečeno, nakreslíme-li v daném bodě tečnu, pro konkávní funkci jsou hodnoty funkce v okolních bodech pod tečnou, pro konvexní nad tečnou.

²Pokud nevíte, jak se určuje chyba vypočtené veličiny, vizte například <http://fo.cuni.cz/texty/mereni.pdf>.

³http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Table_tennis&oldid=459100680



Obr. 1: Měření výšky odrazu

však jisté, zda by se u skleněné kuličky výsledky nelišily při dopadu na ještě tvrdší (a hladší) povrch.

Poznámky k došlým řešením

Značná část řešitelů měla problém s pochopením zadání a namísto toho, aby měřila závislost výšky odrazu na výšce upuštění, měřila například závislost výšky odrazu na materiálu míčku, podlahy a podobně.

Změřit závislost jedné veličiny na veličině druhé znamená změřit hodnoty závislé veličiny (zde výšky odrazu) pro více různých hodnot nezávislé veličiny (zde výšky upuštění) v dostatečně širokém rozsahu. Z výsledku takového měření bychom měli být schopni předpovídat hodnotu závislé veličiny i v bodech, kde jsme zrovna neměřili (tím, že naměřenými hodnotami například proložíme nějakou rozumnou křivku).

Jako změření závislosti tedy nelze považovat měření pro pouhé dvě hodnoty, protože mezi dvěma body můžeme nakreslit téměř libovolnou křivku. Lze je proložit třeba přímkou, parabolou, sinusoidou, ... Díky této volnosti nelze pak pro nenaměřené hodnoty nezávislé veličiny předpovědět téměř nic. Abychom mohli o závislosti mohli něco určitějšího říci, musíme zkrátka hodnot naměřit více. A vždy je dobré výsledky měření zpracovat graficky: nakreslit graf naměřených hodnot a k nim křivku s teoreticky určenou závislostí (využívající parametry vypočtené z měření – zde se jednalo o přímkou se sklonem určeným činitelem odrazivosti, resp. jeho druhou mocninou).

U většiny řešení jsem postrádal popis metody měření, zejména způsobu odečtu hodnot výšek. Ať už odečítáte maximální výšku míčku po odrazu „od oka“, nebo si třeba pomáháte

technikou (videokamera), je potřeba to napsat.

S tím souvisí další věc, která mi v řešeních chyběla: určení chyby měření. Žádné měření není dokonale přesné a je důležité vědět, jaké nepřesnosti jsme se mohli dopustit. Nepřesnost měření je způsobována různými vlivy a vždy byste měli alespoň odhadnout, které vlivy jsou nejdůležitější a jak velkou chybu tyto vlivy mohou způsobit.

Vždy je potřeba uvádět i všechny vlivy, které by mohly ovlivnit výsledek měření (a zároveň nepatří mezi vlivy z předchozího odstavce, tj. ty, jež způsobují nepřesnosti). U této úlohy se jednalo zejména o údaj, na jaký povrch byly předměty upouštěny. Pokud upouštíte tvrdou (například ocelovou či skleněnou) kuličku na měkkou (např. dřevěnou) podlahu, výsledek měření vypovídá spíš o vlastnostech podlahy než kuličky. Na tom pochopitelně není nic špatného, ale měření bez takovýchto zásadních údajů jsou vcelku bezcenná.

Podrobnější návod, jak správně vypracovávat experimentální úlohy, naleznete na webové adrese <http://fykos.cz/sex/jak-na-to>.

Marek Nečada
marekn@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.