# *Zadání*

**Úloha V . 1**

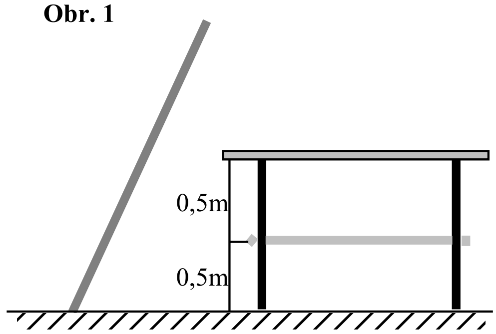
Položíte-li na nakloněnou rovinu dvě láhve, jednu prázdnou a jednu plnou, která z nich se bude kutálet rychleji (jsou to téměř válcové nádoby, osa symetrie kolmo na spádnici)? Pohyb na nakloněné rovině uvažujte bez tření a podkluzování. Přechází-li rovina v hrubší vodorovnou plochu, která z nádob po ní dojede dál? A uvedeme-li je na úpatí nakloněné roviny prudce do pohybu směrem vzhůru, která vyjede výše?

**Úloha V . 2**

Možná ještě někde doma (nejspíše na půdě) najdete starou petrolejovou lampu se skleněným cylindrem. Pokud se budete muset delší dobu obejít bez elektrického proudu, přijde docela vhod. Potom si možná všimnete zajímavého jevu: uzavřete-li horní ústí cylindru (raději něčím jiným než rukou), plamen se nesníží, ale proti očekávání vzroste a změní se jeho odstín. Jak tento efekt vysvětlíte?

**Úloha V . 3**

Obr. 1




Část parket v obývacím pokoji je tak naleštěna, že po ní předměty kloužou se zanedbatelným třením. Pokoušíme se zde svisle postavit dvoumetrovou dřevěnou tyč, ale když už se nám to skoro podaří, dolní konec podklouzne a tíhová síla uvede tyč do pohybu. Padá volně tak, že její dolní konec klouže po podlaze. Jak musela minimálně být vzdálen deska stolu ve výšce 1 m, aby do ní tyč neuhodila (hrana stolu je kolmo na rovinu pádu tyče)? Kdyby stůl stál naopak na druhé straně, jak by musel být daleko, aby tyč pod něj právě zajela (příčka mezi nohami stolu je ve výšce 0,5 m - viz obr. 1). Problém, zvláště jeho druhou část, je možné (a snadnější) řešit graficky, ať už s použitím počítače, nebo bez něj.

**Úloha V . 4**

Inspirací k této úloze byla jízda metrem, ale pokud je vám tento dopravní prostředek poněkud vzdálen, lze si tutéž situaci představit při noční chůzi dlouhým proskleným osvětleným koridorem, kdy okna tvoří boční stěny. Na jednom okně je ve výšce očí vylepen plakát široký 40 cm. Za optimálních podmínek, kdy venku je naprostá tma a okna jsou dokonale vyleštěná, uvidíte tento plakát i v několikanásobném odrazu od okeních tabulí. Plakát se nachází na stěně protější k té, u které stojíte; jeho bližší okraj je od vás vzdálen 4 m měřeno ve směru chodby. Kolikrát uvidíte (v ideálním případě) na protější tabuli pětipalcový nadpis plakátu (jdoucí od okraje k okraji), aniž by se jeho písmena překrývala? Jak musíte mít dobrý zrak (ve srovnání se čtením novin v půlmetrové vzdálenosti), aby jste všechny tyto odrazy přečetli? A jak se situace změní, postavíte-li se doprostřed? Šířka chodby je 3 m.

**Úloha V . 5**

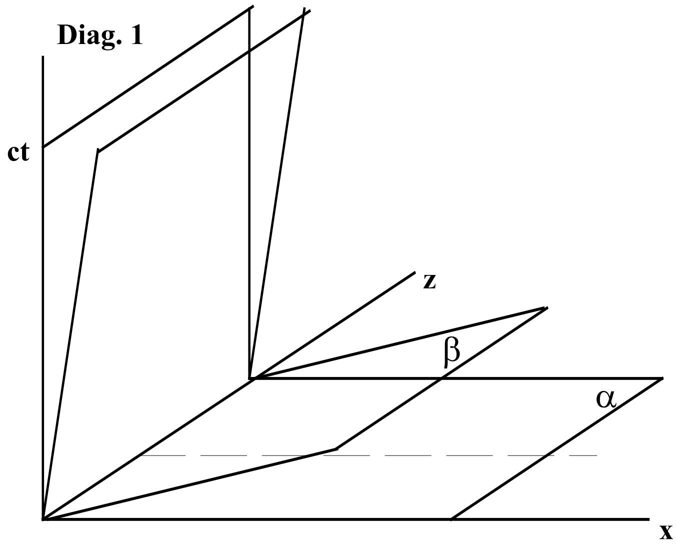
S nevelkou přesností pozorování (za Ptolemaia byla asi 0.5°) určil už Hipparchos vzdálenost Slunce a Měsíce, a to překvapivě dobře (59 zemských poloměrů, 134 600

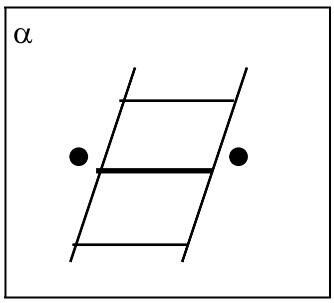
000 km). Zkuste nalézt postup, jak to provedl, a odhadněte, jaká je asi chyba výsledku získaného s tehdejšími prostředky.
V šestnáctém století, stále ještě bez jakékoli optiky, se pozorovací metody značně zdokonalily (Tycho Brahe měřil s přesností na 2'). Vymyslete, jak mohl středověký astronom určit poměry poloos drah planet vůči vzdálenosti Země od Slunce a jejich oběžné doby.
Na sféře stálic, mimo okruhy planet, se však stále jevilo nebe neměnné. Jak přesně by musel pozorovatel měřit polohy hvězd, aby zjistil jejich posuny vůči sobě, ať už skutečné nebo zdánlivé?

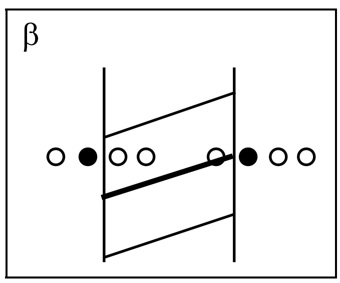
## *Seriál na pokračování*

Přestože paradox v příkladu S.7 vychází z podobné argumentace jako ten v S.6, tedy oboustraného zkracování délek, situace je složitější, neboť se pohyb děje ve dvou směrech - horizontáním a vertikálním (jen v jednom ale relativistickou rychlostí). Diag. 1 se pokouší zachytit situaci ve třech dimenzích - osa x (směr pohybu tyče), vertikální osa z (měřítko je zvoleno tak, aby byl posun patrný i při malé rychlosti) a časová osa ct. Ústí kanálu je zde znázorněno tlustými čarami představující body průsečíku jeho okraje s rovinou *xz*, tyč reprezentuje šrafovaná rovina se světočárami jejích krajních bodů. Osy čárkované soustavy (pohybující se vodorovně rychlostí tyče) nám přecházejí v roviny. Pro ozřejmění nepříliš jasného prostorového obrázku uvádím navíc dvě projekce na prostorové roviny ve směru časových os (což v případě roviny β není směr kolmý). První obrázek ukazuje situaci, v níž je kanál v klidu (jeho pozici zachycují dva kroužky) a tyč se pohybuje způsobem popsaným v zadání. Zde je tyč zkrácena oproti klidové délce a dle zadání je stále rovnoběžná se zemským povrchem. Na druhém obrázku znázorňujeme situace v čárkovaném systému - řez kanálu se pohybuje ve směru osy x´, tyč se posouvá ve směru kolmém. Pozici tyče v okamžik průchodu kanálem (vyplněné kroužky) stejně jako v prvním případě znázorňuje silná úsečka. Vzdálenost okrajů

**Diag. 1**




kanálu je relativisticky zmenšena (i když na diagramu to vypadá jinak díky odlišnému měřítku v obou rovinách - poměr δ určený v minulé sérii. Tyč má nyní svou klidovou délku, ale překvapivě je vzhledem k ústí natočena. Tento fakt snadno objasníme, uvědomíme-li si, jak protnou světočáry krajních bodů tyče rovinu $\beta$ (nebo rovinu s ní rovnoběžnou) - levý bod o něco níže (dříve z hlediska klidové soustavy) než pravý. Proto již jeden konec může vstoupit do kanálu, zatímco druhý je ještě nad ním, a může jím takto projít tedy i tyč delší než je sám. Problém paradoxu lze hledat ve formulaci "tyč letí vodorovně" = "všechny její body jsou v každý okamžik ve stejné výšce", protože okamžik v jedné soustavě může odpovídat různým časům v soustavě druhé (relativnost současnosti).

Úloha S.8 se také týká vícerozměrné situace. Nebudeme se zde pokoušet o zakreslení nějakého přesného diagramu; spokojíme se s kvalitativním rozborem. Nešlo zde ani tak o to, jak se změní pozorované barvy, ale co se stane s geometrií okolních budov, případně silnice. Nepochybně jsou všechny stojící objekty stejně zkráceny ve směru ulice. Kromě toho však obrazy všech předmětů, nejsou-li tyto přímo ve směru pohybu automobilu, přicházejí z poněkud odchýlených úhlů. Je to zřejmý důsledek složení rychlosti signálu (tedy světla) a automobilu (viz obr. 2). Pro objekty ležící před námi pozorujeme jejich obrazy v původní vzdálenosti, ale dále od osy ulice; pozorujeme-li obrazy domů za námi, naopak se k ose přibližují. Silnice před námi se tak jeví o něco níže, ta za námi naopak výše než ta přímo pod koly. Tedy se nám zdá, že jedeme stále z kopce (tím výrazněji, čím výše jsme nad vozovkou); ulice se před námi rozšiřuje a za námi stahuje. Pozoruhodný zážitek pro řidiče, ne?

**Obr. r2**

Vraťme se ještě k úlohám z minulého dílu. Diagram 3 týkající se problému rytířů není nakreslen úplně správně - události A a B´ by byly současné jen v případě, že by oba rytíři jeli stejnou rychlostí. Zavedeme-li stejně jako v minulé díle $\delta = \sqrt{(1-\beta^2)}/\sqrt{(1+\beta^2)}$ poměr měřítek os klidové a pohybující se soustavy ($\beta = v/c$ a $\gamma=1/\sqrt{(1-\beta^2)}$), můžeme něco říct o rozměrech v diagramu. Je-li klidová délka kopí L, má na diagramu délku $L/\delta$ a vzdálenost obou konců ve směru klidové osy x (délka v klidové soustavě) je $L/\gamma$.

Nejsnazší přístup k řešení otázky vlastního času a vlastní vzdálenosti je pomocí nám známého invariantu - prostoročasového intervalu, který nám pro souřadnice v různých systémech dává $s^2 = c^2t^2 - x^2$. Pak lze položit v čárkovaných souřadnicích buď $x'=0$ (je-li $s^2$ kladné) a dostáváme pro vlastní čas $\tau = \sqrt{t^2 - x^2/c^2}$, nebo (je-li $s^2$ záporné) vlastní vzdálenost $\xi = \sqrt{x^2 - c^2t^2}$. V obou případech je zřejmé, že v příslušné soustavě (pohybující se rychlostí $v= x/t$) nabývá daná souřadnice (čas resp. vzdálenost mezi počáteční a koncovou událostí) nejmenší hodnoty vzhledem ke všem ostatním vztažným soustavám. Na diagramu ji však představuje úsečka, která je $1/\delta=\sqrt{(1+\beta^2)}/\sqrt{(1-\beta^2)}$-krát delší oproti skutečné prostoročasové vzdálenosti s.

**Úloha S . 9:** Nechť v bodě P dojde k jaderné explozi, při které vznikne mimo jiné množství nestabilních částic, jejichž maximální doba života je $10^{-6}$ s. Zakreslete do prostoročasového diagramu (jednou osou bude čas a druhou vzdálenost od bodu P) oblast světobodů, kde může dojít k registraci této částice. Jaká křivka ohraničuje tuto oblast?

**Úloha S . 10:** Tato úloha je zase více matematická. Ukázalo se, že délky pohybujících se tyčí jsou v diagramech zakresleny v jiném měřítku, než jaké odpovídá osám klidové soustavy (a v jakém jsme zvyklí měřit). Geometrie je zde tedy poněkud jiná než v běžné Eukleidovské rovině. Budeme v prostoročasové rovině považovat za pravý úhel mezi dvěma úsečkami rovnoběžnými s osami téže vztažné soustavy. Zkuste najít vztah pro převod úhlů mezi osami dvou různých vztažných soustav, tak jak je měříme běžným způsobem v klidové soustavě (kde určují rychlosti) a jak by to plynulo z goniometrických fcí pro poměr stran pravoúhlého trojúhleníka (podle uvedené definice pravého úhlu).

Seriál, stejně jako tento ročník semináře, se chýlí ke konci. Pokud byste měli nějaký problém ze speciální teorie relativity, na který jste zatím nedostali uspokojivou odpověď, mohli bychom se ho pokusit objasnit a poslat vám spolu s řešením této nebo následující série. Těšíme se na vaše náměty.

## *Řešení*

### Řešení úlohy III . 1

(maxim. počet bodů 5, řešilo 14 studentů)

**Obr. r1**

Většina z vás při řešení této úlohy usoudila na nějakou příčinu opotřebení stěny, a poté zvažovala, kde se daný efekt projeví nejvýrazněji. Ve fyzikální praxi se uplatňuje postup spíše opačný, kdy ze znalosti výsledku se usuzuje na původ. Až na vyjímky jste se asi ani nepokoušeli svoje vývody si ověřit, přitom se úloha týkala předmětu tak každodenního použití. Někteří ale projevili dobrou teoretickou znalost činnosti motoru a připojili i pěkné kresby.

Uvedená problematika se mírně odlišuje jak pro vznětové a zážehové motory, tak pro motory dvou a čtyřdobé. Na obrázku je zachycen řez posledním z nich, popis uvádí nejdůležitější části. Pístní kroužky (u tohoto typu většinou 2 + 1 stírací) a vlastní válec je zhotoven z litiny, pro píst bývá užito lehčí hliníkové slitiny.

Nejčastěji bylo za příčinu poškození válce považováno tření. Jeho význam je nepochybný, proto je také v automobilovém průmyslu věnována značná pozornost olejům. Málo řešitelů však správně uvážilo příčinu tření a funkci oleje. Jistá část používala argument, že třecí síla (alespoň mírně) roste s rychlostí a proto bude největší otěr znát uprostřed zdvihu válce. Píst se pohybuje střední rychlostí 11 až 14 m/s. Olej vytváří na stěnách jemnou vrstvu, která umožnuje právě při těchto rychlostech dobrý skluz (pokud není znečistěn). Přesto existuje důvod, proč je ve středu nebo spíše nad ním otěr výraznější. Jak jste také uvedli, podstatná je při tření přítlačná síla, která je výslednicí síly ojnice a tlaku plynu ve válci. V přiblížení lze hledat polohu největšího vychýlení ojnice od osy válce, přesněji můžeme uvažovat i měnící se tlak na píst. Protože při expanzi je tento zřejmě vyšší než při výfuku, jsou patrné i rozdíly u protilehlých stěn válce.

Dalším oblíbeným tvrzením bylo, že statické tření je vyšší než dynamické, a tedy je tření nejvýraznější v horní a dolní úvrati. Pravdou je, že v klidu může být olej vytlačen a dostanou se do styku dvě kovové plochy, které, zejména jsou-li ze stejného materiálu, projevují značnou přilnavost. Tak tomu bude zřejmě spíše v horní úvrati, kam se olej hůře dostane a je ho potřeba pokaždé obnovovat. V praxi je povrch kroužků pokryt pevnou vrstvou, která právě toto tření snižuje.

**Obr. r2**

K nejvýraznějšímu opotřebení třením podle vyjádření odborníků dochází ale v okamžiku výbuchu. Kroužky, které nesou část tlaku (nejvíce první) se vypruží a mírně se vzpříčí; vzhledem k maximální síle v tento okamžik má i nepatrný ohyb značný třecí efekt. Proto dochází k vymílání stěn právě tak, jak to ukazuje obr.r2.
Poškozování stěn válců jste připisovali na vrub také značným tlakům a teplotám. Co se tlaků týče, válce je snášejí bez pozorovatelných deformací, zejména pokud je konstrukce symetrická. Zatížení je znát většinou jen na šroubech spojujících hlavu válce s vlastním tělesem. Ve vztahu k teplotě se (jak jste uvedli) projeví více její změny než hodnota. Teplota zplodin dosahuje 800 až 900 °C, po sání klesne na několik stovek. Tyto periodické změny však zasahují jen do hloubky cca. 1,5 mm, což je také tloušťka vrstvy, kde se objevují trhliny. Nejpodstatnějším problémem je potom odvod tepla z méně dostupných částí do chladícího okruhu. Jedná se o zejména píst, kde mají teplo převádět kroužky, ale také o můstek mezi otvory a ventily (především výfukový). Uvažovali jste také efekt rozdílné tepelné roztažnosti pístu a válce, většímu rozpětí pístu ale brání kroužky zhotovené ze stejného materiálu jako válec.
Posledním většinou opomenutým důvodem opotřebení je koroze, tedy v našem případě vysokoteplotní - týká se to tedy horní části válce. Kromě toho se na válci a pístu usazují látky, které mění vlastnosti povrchů kovů - síra, olovo a uhlík. U dvoutaktních motorů někteří vyslovili obavy ze zplodin po hoření oleje; ten však bývá většinou bezpopelový.
Pro kompresory se kromě teplot (ty přece jen nejsou tak drastické, přestože se stlačováním plyn zahřívá) uplatní podobné efekty. Mazání je zde problematičtější, neboť je třeba zabránit průniku oleje do stlačeného vzduchu. Kromě toho za studena na povrchu kondenzují i korozivní látky.

## Řešení úlohy III . 2

(maxim. počet bodů 5, řešilo 9 studentů)
Existují čtyři rozpadové řady, uran $^{238}$U a radon $^{222}$Rn se vyskytují pouze v jedné z nich, která je navíc mezi uranem a radonem nerozvětvená. Na Zemi uran $^{238}$U žádným přirozeným způsobem nevzniká, a tak se počet jeho atomů $N_U$ řídí podle rozpadového zákona:

$$N_U(t) = N_{U0} \,.\, \exp(-\gamma_U t) \qquad (1)$$

kde $N_{U0}$ je počet atomů izotopu $^{238}$U na Zemi v čase t=0, v době vzniku Země. Mezi $\gamma_U$ a poločasem rozpadu $T_U$ platí $\gamma_U = \ln 2 / T_U$.
Rozeberme nejprve případ, kdy bychom uměle udržovali stálý počet atomů uranu. Po určitém čase se utvoří rovnováha a počet atomů daného izotopu v řadě by zůstával konstantní. Vzhledem k tomu, že úbytek počtu atomů dN v časově krátkém intervalu dt způsobený radioaktivním rozpadem je přímo úměrný počtu atomů (dN= -γ.N.dt) musí v rovnovážném stavu platit:

$N_1 \gamma_1 = N_2 \gamma_2 = ... = N_{Rn} \gamma_{Rn}$ (2)

Neboli, kolik atomů daného izotopu vznikne, tolik se jich zase rozpadne.

Pokusme se odhadnout dobu **s** potřebnou k ustavení rovnováhy. Předpokládejme, že na počátku je nenulové jenom množství prvního izotopu v řadě.Po ustavení rovnováhy bude počet atomů druhého izotopu roven $N_2 = N_1 \gamma_1 / \gamma_2$ .Doba **s** pak bude zhruba odpovídat době, za kterou rozpadem vznikne oněch $N_2$ částic, takže z $N_2 = \gamma_1 N_1$ **s** máme **s** $\approx T_2$. Po ustálení počtu atomů druhého izotopu se bude ustalovat množství izotopu třetího, atd. Doba potřebná k ustálení počtu $^{222}Rn$ je tedy přibližně rovna poločasu rozpadu $^{234}U$ ($T = 2{,}5.10^5$ r), což je nejpomaleji rozpadající se izotop v řadě mezi $^{238}U$ a $^{222}Rn$.Věk Země odhadujeme na $4{,}5.10^9$ let, takže tato rovnováha je již prakticky ustavená. Nemusíme brát ani ohled na počáteční množství izotopů za uranem $^{238}U$, neboť jejich poločasy rozpadu jsou mnohem menší než stáří Země.

Zatím jsme uvažovali případ,kdy jsme uměle udržovali konstantní množství uranu $^{238}U$. Realita je jiná, neboť poločas rozpadu $^{238}U$ je tak velký ($4{,}5.10^9$ let), že po dobu ustalování rovnováhy se jeho počet skoro nemění. Pro počet atomů daného izotopu bude i nadále platit vztah (2), kde $N_1$ představuje počet atomů izotopu $^{238}U$ v čase t (viz vztah (1)).

Pro poměr koncentrací počtu atomů $^{238}U$ a $^{222}Rn$ dostáváme:

$N_U / N_{Rn} = \gamma_{Rn} / \gamma_U = T_U / T_{Rn} = 4.10^{11}$.

Na závěr bych poznamenal, že vypočteme-li tímto způsobem poměr koncentrací $^{238}U$ a $^{226}Ra$ (což je totéž jako poměr koncentrací atomů uranu a rádia, neboť téměř všechen uran se v přírodě vyskytuje ve formě izotopu $^{238}U$ a téměř všechno rádium ve formě $^{226}Ra$), obdržíme hodnotu kupodivu odpovídající hodnotě naměřené.

**Řešení úlohy III . 3**

(řešilo 17 studentů, maximální počet bodů 5)

Většina z vás správně pochopila, že po sepnutí spínače se přesune část náboje z desky C na desku A - přes odpor bude po určitou dobu procházet proud, a tak se uvolní Jouleovo teplo.

Problémy už některým činilo určení množství přeneseného náboje - aby nastal ustálený stav, nesmí už protékat žádný proud, tedy potenciál na deskách A a C musí být stejný. S použitím vtahu $E = \sigma / 2\varepsilon_0$ pro intenzitu od rovinné desky s povrchovou hustotou náboje $\sigma = Q/S$ a sečtením příspěvků od desek A, B, C se dali určit intenzity $E_1$ a $E_2$ mezi deskami A-B a C-B a pak ze vztahu $U = Ed$ spočítat napětí na deskách A a C vůči B - z jejich rovnosti a zákona zachování náboje ($q_A + q_C = q$) šlo vyjádřit přenesený náboj. Pro určení tepla mnozí z vás použili integrování - nic proti tomu, je to mocná metoda. Ale pokud někdo pracně počítá krom závislosti $\delta U = U_2 - U_1 = f(q_A)$ ještě vyjádření proudu na čase, aby mohl z definice spočítat $\int R r^2 dt$ místo jednoduššího $\int \Delta U dq$, přijde mi to poněkud nenápadité.

Celý příklad se dal vyřešit bez použití integrálů s pomocí jednoduché úvahy o kondenzátorech. Před zapojením tvoří desky B a C kondenzátor o energii $E_0 = \frac{1}{2} q^2 C$, kde $C = \frac{\varepsilon S}{d_2}$. Po zapojení a přenesení náboje si můžeme desku B představit rozdělenou na dvě (svrchní a spodní stranu), mezi kterými se beze ztrát přesouvá náboj v souladu se změnami nábojů na deskách A a C. Vzniknou tedy 2 kondenzátory, na nichž musí být stejné napětí a součet jejich nábojů je stále roven q: $q_A + q_C = q$ a $U_A = \frac{q_A}{C_1} = \frac{q_C}{C_2} = U_I$

Z toho: $q_A = \dfrac{q d_2}{d_1 + d_2}$, $U = \dfrac{q}{\varepsilon S}\dfrac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}$.

Uvolněné teplo je rovno rozdílu energií: $Q = E_0 - (E_1 + E_2)$, $E_1 + E_2 = 1/2\, U^2 (C_1 + C_2)$

Po dosazení $Q = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{\varepsilon S}\dfrac{d_2^{\,2}}{d_1 d_2}$.

Závěrem už jen pár poznámek: vždy, když dojdete k nějakému výsledku, zamyslete se nad jeho fyzikální smysluplností. Není možné, aby se běžný odpor (nemluvím o speciálních polovodičových prvcích) průchodem proudu ochlazoval. Je také divné, pokud vám vyjde, že po spojení dvou míst z různými potenciály se nic nestane.

Nikdo se také nezamyslel (ani já ne) nad tím, kam se poděje energie, zde uvolněná v podobě tepla z odporu, pokud se desky A-C spojí jen vodičem bez odporu. Kolem vodiče s proudem vzniká totiž také magnetické pole s jistou energií a právě na ně se spotřebuje určitá část energie (dokonce i v tomto případě - ale je zanedbatelná vůči tepelným ztrátám v odporu).

**Řešení úlohy III . 4**

(maxim. počet bodů 5, řešilo 11 studentů)

Odhadnout velikost atomu (molekuly) není vůbec jednoduchá záležitost. Je otázkou, co je to velikost atomu (molekuly). Pro atom můžeme předpokládat následující model:

Atom je kulička o nějakém poloměru, která se v kapalině skládá co nejtěsněji, aby byla kapalina nestlačitelná.

Důležitou otázkou je, jaký objem připadá na jeden atom v kapalině (tj. objem kapaliny dělený počtem molekul) a jaký povrch připadá na jeden atom na povrchu kapaliny (tj. povrch kapaliny dělený počtem povrchových molekul) a také jak vypadá rozložení potenciální energie molekul v závislosti na vzdálenosti od povrchu (povrchové napětí je mírou energie připadající na povrch kapaliny a je tedy sumou přes všechny pot. energie molekul - stačí brát povrchovou vrstvu), resp. jakou část této sumy tvoří pot. energie tohoto povrchového atomu.

Na první dvě otázky lze po nakreslení situace a použití Pythagorovy věty snadno odpovědět: $S_0 = 2r^2\sqrt{3}$ , $V_0 = S_0 2r\sqrt{2/3}$.

Zato na další je to problém. Lze však po různých více či méně zdůvodněných úvahách očekávat, že velká část povrchové energie bude soustředěna právě v pot. energii povrchových molekul kapaliny. $k_1$=1 (ve skutečnosti bude $k_1$ menší než 1)

Jaká energie je třeba na uvolnění atomu z kapaliny? No nejdříve se atom musí dostat na povrch kapaliny a na to potřebuje energii $\sigma S_0$ k. Poté se musí odpoutat od kapaliny - k čemuž z důvodu symetrie potřebuje stejnou energii jako k dostání se na povrch.

(Uvažujeme pouze centrální silové působení atomů mezi sebou). Nakonec je třeba uvážit, že v kapalině připadal na jeden atom objem $V_0$, zatímco po vypaření $V_x=kT/p_a$ (ze stavové rovnice). Musela tedy být vykonána práce $p_a (V_x-V_0)$. Lze očekávat, že $V_x$ » $V_0$. Takže další část energie je kT - T = 293 K.

Na uvolnění atomu z kapaliny je tedy třeba energie

$E_0=2\, k_1\, \sigma S_0 + kT$ - dále položíme $k_1$=1

Na uvolnění 1kg atomů z kapaliny je tedy třeba energie:

$l_v=E_0/(V_0\, \rho)$ ... ρ je hustota, z čehož: $\rho\, l_v V_0/S_0 = \sigma\, (2 + kT/ S_0)$

a odtud $r = \sqrt{3/8}\left(2 + \dfrac{kT}{2r^2\sigma\sqrt{3}}\right)\dfrac{\sigma}{\rho l_v}$

Tento vztah pro r řešíme iterací, tj. pouze přibližně s nějakou přesností.

Pro rtuť s těmito tabelovanými hodnotami pro T=293 K dostáváme:

hustota 13546 kg.m$^{-3}$
povrch. napětí 0.491 N.m$^{-1}$
měrné teplo varu 301 000 J.kg$^{-1}$

tabelovaný poloměr rtuti 1.44 $10^{-10}$ m
dostáváme r = 1.55 $10^{-10}$ m - vzhledem k přibližnosti velmi dobrý výsledek (chyba 8%).
Vy jste se většinou různě korektně dopracovali ke vztahu: $r = \text{konst} \frac{\sigma}{\rho l_v}$,
kde konst = 1, 1/2, ... , který dává alespoň řádový odhad velikosti poloměru.
Pro vodu ze stejného vztahu (uvažme, že voda není koule a navíc vytváří všelijaké vodíkové můstky atd...):
Tabelované hodnoty pro T=293.15K:
hustota 998 kg.m$^{-}$
povrch. napětí 0.073 N.M$^{-1}$
měrné teplo varu 2 257 000 J.kg$^{-1}$
tabelovaná délka vazby O-H 0,97 $10^{-10}$ m
dostáváme r = 0,89 $10^{-10}$ - chyba je opět 8%, v tomto případě však na opačnou stranu.

Body za tento příklad byly rozděleny *de facto* nikoliv podle výsledku, ten jste měli všichni zhruba stejný, ale podle korektnosti úvah, na základě kterých jste k němu dospěli. Například psát, že na uvolnění N atomů je třeba povrchová energie $N\sigma\, 4\pi r^2$, opravdu není nejlepší. Vždyť povrchová energie je makroskopická veličina zohledňující nerovnováhu přitažlivých sil atomů na povrchu kapaliny, nemá tedy valný smysl počítat povrch osamocených atomů a energii na něj připadající.
Podobně někteří vůbec netuší, co to je to "povrch. napětí", ale znají jeho rozměr, a tak to nějak zakuliší.

**Řešení úlohy Y . 3**
(maxim. počet 7 bodů, řešilo 11 odvážlivců)
Málokomu z vás se podařilo správně interpretovat text zadání úlohy. Obhajobou heliocentrismu jsme nemysleli soudní řeč Galilea, neboť k něčemu takovému, jak soud chápeme dnes, vůbec nedošlo. Měli jste zkusit odhadnout, jakých argumentů Galileo užil ve svém nejobsáhlejším díle, a zároveň se co nejvíce přiblížit době, což asi pro vás bylo obtížné, neb to vyžaduje určitý historický přehled.
Základním stavebním kamenem vašich úvah měla být znalost obou systémů světa, ta byla ovšem povrchní, daná jen stručnými informacemi z hodin dějěpisu. Proto se nejprve pokusím shrnout Ptolemaiův systém světa, vytvořený na základě aristotelské filosofie. Aristoteles vpodstatě rozdělil svět na dvě části, "nečistou" Zemi a dokonalé nebe. Nemá to pranic společného s křesťanskou ideologií, podle Aristotela náleží každému tělesu místo, jež je dáno mírou zastoupení čtyř živlů v něm, a každé těleso se snaží toto přirozené místo zaujmout. Nejníže je sféra země, po ní následuje voda a

**Obr. r4** **Obr. r3**

vzduch a nejvýše se nachází naopak sféra ohně, neboť oheň stoupá vzhůru, kámen padá k zemi. Země se pak logicky musí nacházet uprostřed světa, aby zůstal model konsistentní. Nebi je vlastní pátý živel-éter, Zemí nedosažitelný. Dokonalý svět nebes pak rozdělil na 8 kruhových sfér: první je sféra stálic, pak následují sféry Saturnu, Jupitera, Marsu, Slunce, Venuše, Merkuru a Měsíce. Tuto teorii matematicky zpracoval a rozvinul právě Klaudios Ptolemaios, musel však jednoduchý systém doplnit řadou dalších kruhů v rámci jednotlivých sfér, aby se nedostal do rozporu s pozorováním. Zavedl pro každou planetu ekvant, deferent a epicykl. Pomocí epicyklu vysvětloval "smyčky" planet na obloze, deferentem a ekvantem nerovnoměrný pohyb planet i větší změny vzdáleností planet od Země. Celkem jeho systém obsahoval něco mezi 40 a 50 kružnicemi (zaváděl pak epicykly prvého a druhého druhu a pod). Matematikové by určitě dokázali větu, že konečným systémem kružnic lze posat pohyb planet ve sluneční soustavě s libovolnou přesností.

Střed epicyklu se pohybuje po deferentu tak, že za stejný čas opíše spojnice mezi ekvantem a středem epicyklu stejný oblouk na kružnici, jejímž je ekvant středem. Země je umístěna do středu deferentu nebo ještě někam jinam (poměry velikostí kružnic na obr. r3 samozřejmě neodpovídají). Na dalším obrázku r4 je zjednodušené schéma geocentrické soustavy. (Země, Slunce a středy epicyklů Merkuru i Venuše leží na jedné přímce.)

Nyní již přistoupím k řešení samotného problému Galileo. Italský vědec musel chtě nechtě útočit na Aristotelovo vidění světa. Pro peripatetiky (stoupence Aristotela) bylo nebe něčím dokonalým a neměným, co se nacházelo nad sférou Měsíce, již bylo étericky nebeské. Tyto představy vyvracely nové jevy na obloze, jako jsou komety (roku 1618 se objevily hned tři a podnítily širokou vědeckou diskusi) a nové hvězdy (novy z roku 1572 a 1604), které zářily beze sporu na sféře stálic. Podle Aristotela byly komety pozemskými jevy vznikajícími právě ve sféře ohně, ale již Tycho Brahe s Tadeášem Hájkem dokázali, že se komety pohybují nad sférou Měsíce, a dokonce že protínají sféry jednotlivých planet, což bylo pro peripatetiky absolutně nepřípustné. Galileimu posloužily komety především tím, že jejich chvost míří vždy od Slunce. Nejsou ohnivými oblaky, neboť přes jejich chvost jsou vidět hvězdy, což se o plameni říci nedá.

Peripatetický obraz světa rozdrtil objev dalekohledu. Galilei zjistil, že Měsíc má zvrásněný a nerovný povrch a není tedy dokonalým aristotelským tělesem. Musel ale také popřít to, že planety jsou hvězdami, že září vlastním světlem. Podle Aristolelových stoupenců byly měsíční skvrny dány různou hustotou zářící hmoty, naopak Galileo ukazoval, že se Země a Měsíc vzájemně osvětlují, což bylo opět nepřijatelné, neb se dokonalé nebeské světlo nemůže mísit. Objev fází Venuše dokazoval hned dvě věci: Venuše obíhá kolem Slunce jako Měsíc kolem Země a Slunce osvětluje planety tak, jako tomu je v případě Měsíce. Dalekohled dále umožnil objev Medicejských planet - Jupiterových měsíců, což popíralo to, že všechny planety obíhají okolo Země. Saturn se Galileimu jevil jako slepenina ze tří hvězd, to útočilo opět na dokonalost planet. Když pak zamířil tubus svého dalekohledu na Mléčnou dráhu, zjistil, že se skládá z bezpočtu mnoha menších hvězd.

Hlavní Ptolemaiův "objev", epicykl popisující smyčky planet, vysvětlil jednoduše heliocentrickou teorií již Koperník včetně změn vzdáleností od Země a nerovnoměrnosti pohybu planet. Pozorování maximální odchylky vnitřích planet od Slunce (elongace) opět potvrzovalo Koperníkovu teorii.

Další důkazy byly zaměřeny na potvrzení rotace Země. Foucaultovo kyvadlo ani Coriolisovu teorii samozřejmě Galileo neměl. Hlavním Aristotelovým "důkazem" nehybnosti Země bylo to, že pod kamenem padajícím k zemi by otáčející se planeta

ujela. Proti tomu stavěl Galileo známý důkaz s lodí: těleso hozené vzhůru na zádi rovnoměrně plující lodě spadne zpět na loď a ne do moře. Rotací Země vysvětloval také příliv a odliv, v tom se však mýlil. Objev slunečních skvrn dokazoval rotaci Slunce, proč by tedy nemohla rotovat Země, a navíc proměnlivost skvrn doslova kalilo peripatetické nebe. *Dialog* obsahuje řadu dalších tvrzení a zajímavých myšlenek, snažil jsem se však podchytit ty nejdůležitější.
Většina řešitelů se úlohy zhostila se ctí, bohužel jste často své úvahy nedotáhli do přijatelné a vědecky stravitelné podoby. Máte tedy v této sérii možnost nebeské problémy ještě jednou zvážit na poměrně exaktnější úrovni.

Ještě poznámky k úlohám **S.5** a **S.6**.
Určit velikost vlastního času resp. vzdálenosti pomocí souřadnic x a ct nečinilo nikomu z řešitelů potíže. Bohužel někteří zřejmě nepochopili nebo opominuli pokračování úlohy a zbytečně ztratili bod (max. 2 body pro 6 řešitelů). K problému dvou rytířů jste sice nakreslili více či méně povedené diagramy, bez případného slovního komentáře ovšem nemohly být hodnoceny příliš vysoko. Zato někteří připojili i jisté kvantitativní údaje (jež tedy nebyly předmětem úlohy), což opravující náležitě ocenil (max. 3 body pro 5 řešitelů)

## *Pořadí řešitelů po třetím kole*

Do pořadí uvedeném v minulé sérii se bohužel vloudily jisté chyby - několika lidem byly omylem uděleny body navíc. Vzhledem k ostatním by se zdálo být nefér, kdyby z našich chyb těžili jen někteří, proto inkriminovaným osobám udělujeme opravné záporné body.

| | | | | | | | O | | III | | | Y | S | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Jméno** | **Příjmení** | **Ročník** | | **Škola** | | | **1** | **2** | **3** | **4** | **3** | **5** | **6** | **$\Sigma_{III}$** | **Σ** |
| 0 | Student | Pilný | 8 | 8 | MFF | Univerzita Karlova Praha | | 5 | 5 | 5 | 5 | 7 | 2 | 3 | 32 | **99** |
| 1 | Michal | Fabinger | 3 | E | G | Nad alejí Praha | | 2 | 5 | 5 | 5 | 7 | 1 | 3 | 28 | **92** |
| 2 | Jindřich | Kolorenč | 3 | G | G | Nová Paka | | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 | 1 | 3 | 27 | **90** |
| 3 - 4 | František | Šanda | 4 | D | G | Klatovy | | 1 | 4 | 5 | 2 | 5 | 2 | 0 | 19 | **75** |
| 3 - 4 | Petr | Žalský | 4 | GP | G | Nová Paka | | 3 | 5 | 5 | 4 | 7 | 1 | - | 25 | **75** |
| 5 | Peter | Macák | 3 | A | G | Jur. Hronca Bratislava | | 4 | 4 | 5 | 3 | 5 | - | - | 21 | **63** |
| 6 | Miloš | Gáj | 4 | A | G | Poprad | -1 | 2 | - | 3 | 4 | - | 2 | 2 | 13 | **48** |
| 7 | Robert | Šámal | 3 | D | G | Zborovská Praha | | 2 | 5 | 5 | 5 | - | 1 | 1 | 19 | **45** |
| 8 | Rudolf | Sýkora | 2 | A | G | Hejčín | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **43** |
| 9 - 10 | Marta | Bednářová | 3 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | 2 | - | 4 | - | - | 6 | **39** |
| 9 - 10 | Tomáš | Vinař | 4 | A | G | Šrobárova Košice | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **39** |
| 11 | Jaroslav | Hamrle | 4 | B | G | Pelhřimov | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **38** |
| 12 | Miroslav | Panoš | 4 | D | G | Klatovy | | 2 | - | 3 | - | 2 | - | - | 7 | **31** |
| 13 | Petr | Šimíček | 3 | B | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | 2 | - | 3 | - | - | - | - | 5 | **21** |
| 14 | Slávka | Jendrejová | 3 | A | G | Poštová Košice | | 3 | 4 | - | - | - | - | - | 7 | **20** |
| 15 - 17 | David | Drozd | 3 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **19** |
| 15 - 17 | David | Nečas | 3 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | - | 3 | - | - | - | 3 | **19** |
| 15 - 17 | Zdeňka | Broklová | kvarta | | G | Polička | | - | - | - | - | 2 | - | - | 2 | **19** |
| 18 | David | Stanovský | 3 | D | G | Pardubice | | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | - | - | 11 | **18** |
| 19 | Petr | Častulík | ? | ? | G | Arabská Praha | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **17** |
| 20 - 23 | Tomáš | Černoch | 3 | C | G | Nad štolou Praha | -3 | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **16** |
| 20 - 23 | Mikuláš | Vejlupek | 3 | D | G | Zborovská Praha | | - | - | - | - | 1 | - | - | 1 | **16** |
| 20 - 23 | Urban | Kováč | 4 | B | G | Grösslingova Bratislava | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **16** |
| 20 - 23 | Zuzana | Pokorná | oktáva | | PORG | Linderova Praha | | - | - | - | - | 4 | - | - | 4 | **16** |
| 24 | Antonín | Rozsypal | 4 | B | G | Rožnov pod Radhoštěm | | - | 4 | 5 | 2 | - | - | - | 11 | **15** |
| 25 - 29 | Jan | Hradil | 4 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 25 - 29 | Jiří | Lambert | 4 | B | G | Hlučín | -3 | - | - | 2 | - | - | - | - | 2 | **14** |
| 25 - 29 | Martin | Niepel | 4 | B | G | Grösslingova Bratislava | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 25 - 29 | Tomáš | Hrnčíř | ? | ? | G | Jos. Jungmana | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 25 - 29 | Matěj | Liszka | ? | ? | G | Frýdecká Český Těšín | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 22 - 25 | Martin | Niepel | 4 | B | G | Grösslingova Bratislava | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **14** |
| 30 - 31 | Pavel | Klang | 2 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | 1 | - | - | - | - | - | - | 1 | **13** |
| 30 - 31 | Peter | Feher | 4 | A | G | Poštová Košice | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **13** |
| 32 - 33 | Pavel | Bubák | 2 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | 2 | - | - | - | - | - | - | 2 | **12** |
| 32 - 33 | Pavla | Fabiánová | 3 | C | G | Vídeňská Brno | | - | - | 4 | 4 | - | - | - | 8 | **12** |
| 34 - 35 | Anna | Jančaříková | 2 | A | G | Kladno 2 | | 1 | - | 3 | - | - | - | - | 4 | **11** |
| 34 - 35 | Vilém | Pulc | ? | ? | | Semily II | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **11** |
| 36 | Petr | Doubek | 3 | D | G | Pardubice | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **10** |
| 37 - 38 | Petr | Novák | 4 | A | G | tř. kpt. Jaroše Brno | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **9** |
| 37 - 38 | Jana | Koláčková | septima | | PORG | Linderova Praha | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **9** |
| 39 - 41 | Vít | Žďára | 2 | ? | G | Polička | | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 39 - 41 | Michal | Hvězda | 4 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 39 - 41 | Miroslav | Jílek | ? | ? | Bystré u Poličky | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **8** |
| 42 | Martin | Krsek | 3 | A | G J.K.Tyla HradecKrálové | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **7** |
| 43 - 45 | Martin | Navrátil | 3 | A | G Karlovy Vary | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **6** |
| 43 - 45 | Alena | Píšová | 3 | D | G Pardubice | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **6** |
| 43 - 45 | Miroslav | Poláček | 4 | D | G Pardubice | - | - | 3 | - | - | - | - | - | 3 | **6** |
| 46 - 49 | Martin | Ján | 2 | A | G tř. kpt. Jaroše Brno | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |
| 46 - 49 | Ivana | Brudňáková | 3 | E | G Konstantinova Prešov | - | - | 5 | - | - | - | - | - | 5 | **5** |
| 46 - 49 | Jan | Horáček | ? | ? | Rožnov p. Radhoštěm | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |
| 46 - 49 | Milada | Kouřilová | ? | ? | G dr. Šmerala Ostrava | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **5** |
| 50 - 51 | Jitka | Pagáčová | 4 | B | G Krnov | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **4** |
| 50 - 51 | Jaroslav | Štrunc | ? | ? | G Chomutov | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **4** |
| 52 | Miroslav | Šváb | ? | ? | G Polička | - | - | - | - | - | - | - | - | 0 | **2** |

**Termín odeslání: 25. dubna 1994**
**Adresa: Fyzikální koresp. seminář, KTF MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha**