Úloha I.S ... elektron, elektronika, spin... Spintronika! 10 bodů

1. *Odhadněte, kolikrát se zvýší tepelný výkon disipovaný v procesoru při zvýšení taktovací frekvence z $f_1 = 2{,}5\,\mathrm{GHz}$ na $f_2 = 100\,\mathrm{GHz}$. Předpokládejte, že změna frekvence nezmění vlastnosti tranzistorů.*

   Nápověda *V případě potřeby můžete počítat s kapacitou tranzistoru $C = 100\,\mathrm{aF}$ a s napětím $V = 1{,}0\,\mathrm{V}$.*

2. *Vypočítejte, jak velkou rovníkovou obvodovou rychlost by musela mít rotující nabitá kulička, aby její spinový moment hybnosti odpovídal hodnotě pro elektron $\hbar/2$, kde $\hbar$ je redukovaná Planckova konstanta. Uvažujte poloměr elektronu $R = 2{,}8 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}$ a hmotnost elektronu $m_\mathrm{e} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$.*

3. *Spinově-proudová gymnastika:*

   (a) *V zmagnetovaném železe existuje veličina zvaná* spinová polarizace. *Je definována jako*

   $$P = \frac{\sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow}{\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow} = 0{,}45\,,$$

   kde $\sigma_\uparrow$ (resp. $\sigma_\downarrow$) je vodivost elektronů se spinem „nahoru“ (resp. „dolů“). Celková vodivost železa je $\sigma = 100\,\mathrm{kS{\cdot}cm^{-1}}$. Předpokládejme, že v železe vybudíme elektrické pole $E = 1{,}0\,\mathrm{V{\cdot}cm^{-1}}$. Jaká bude hustota spinového proudu protékajícího železem?

   Nápověda *Použijte lokální (diferenciální) tvar Ohmova zákona.*

   (b) *Kolineární antiferomagnet dokáže přenášet spinový proud pomocí kruhově polarizovaných spinových vln. Tyto vlny mohou být dvojího druhu: α a β, přičemž tyto druhy mají vzájemně opačný spin ($\hbar$ a $-\hbar$). Vypočítejte hustotu spinového proudu přenášeného spinovými vlnami s objemovou hustotou n_α a n_β a rychlostmi v_α a v_β.*

Peter byl rozepsaný ze psaní dizertace.

1. Energia, ktorá sa disipuje pri prepnutí (nabite a vybitie) tranzistora, je rovná

$$E = CV^2,$$

kde C je kapacita tranzistora a V je napájacie napätie. Pri opätovnom spínaní a vypínaní sa energia mení s frekvenciou f (taktovacia frekvencia). Výkon tranzistora P je

$$P = CV^2 f.$$

Keďže tranzistor v procesore nefunguje stopercentne efektívne, časť príkonu sa premení na teplo. Zároveň jednotlivé tranzistory nepracujú vkuse. Zhrňme tieto faktory jedinou konštantou úmernosti α. Potom disipovaný tepelný výkon N tranzistorov v procesore je rovný

$$P_Q = \alpha N C V^2 f.$$

Nás zaujíma, koľkokrát sa disipované teplo za jednotku času zmení pri zvýšení taktovacej frekvencie $f_2/f_1 \doteq 40$-krát, teda

$$\eta = \frac{P_{Q2}}{P_{Q1}} = \frac{\alpha N C V^2 f_2}{\alpha N C V^2 f_1} = \frac{f_2}{f_1} \doteq 40,$$

kde sme využili predpoklad, že pri zmene taktovacej frekvencie sa nemajú meniť vlastnosti tranzistora.

2. Guľôčka pri rotácii uhlovou rýchlosťou ω nesie moment hybnosti

$$S = I\omega,$$

kde I je jej moment zotrvačnosti. S využitím vzťahu medzi obvodovou a uhlovou rýchlosťou $v = \omega R$ dostaneme pre guľôčku rotujúcu okolo vlastnej osi $I = 2m_\mathrm{e}R^2/5$. Po dosadení dostaneme

$$S = \frac{2m_\mathrm{e}Rv}{5} = \frac{\hbar}{2},$$

z čoho vyplýva

$$v = \frac{5\hbar}{4m_\mathrm{e}R} \doteq 5{,}2 \cdot 10^{10}\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}.$$

To je však o 2 rády viac ako rýchlosť svetla! Preto klasická predstava o spine ako rotujúcej nabitej guľôčke nefunguje.

3. (a) Uvažujeme diferenciálnu formu Ohmovho zákona

$$j = \sigma E = (\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow)\, E.$$

Spinový prúd je definovaný ako rozdiel medzi tokom prúdu so spinom nahor a nadol, teda pre jeho hustotu platí

$$j_\mathrm{s} = \frac{\hbar}{2e}(j_\uparrow - j_\downarrow) = \frac{\hbar}{2e}(\sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow)E = \frac{\hbar}{2e}P(\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow)E = \frac{\hbar}{2e}P\sigma E.$$

Po dosadení hodnôt zo zadania dostávame $j_\mathrm{s} \doteq 1{,}5 \cdot 10^2\,\mathrm{nJ{\cdot}m^{-2}}$.

(b) Nenechajme sa zmiasť tým, že spin je prenášaný niečím, čo nepoznáme. Módy α a β nesú opačné spiny $\hbar$ a $-\hbar$. Hustota spinového prúdu preto bude

$$j_\mathrm{s} = j_\alpha + j_\beta = \hbar(n_\alpha v_\alpha - n_\beta v_\beta).$$

Peter Kubaščík
peter.kubascik@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/.